

Report on Norwegian Fishery- and Marine-Investigations Vol. II 1902 No. 4

UEBER

DIE

BERECHNUNG VON MEERESSTRÖMUNGEN

VON

**J. W. SANDSTRÖM UND B. HELLAND-HANSEN**



BERGEN  
JOHN GRIEG  
1903



## Inhalt.

---

	Pag.
1. Theoretisches.....	1
2. Die numerische Berechnung der Cirkulationsbeschleunigung ...	14
1. Berechnung der Anzahl der Solenoide.....	14
2. Berechnung der von der Erddrehung hervorgerufenen Cirkulations- beschleunigung .....	36
3. Berechnung der von der Reibung hervorgerufenen Cirkulations- beschleunigung .....	38
4. Berechnung der totalen Cirkulationsbeschleunigung .....	39
3. Qualitative Ableitung der Meeresbewegungen im nordatlantischen Ocean.....	41

---

---



## 1. Theoretisches.

---

Um die Gesetze der Meeresbewegungen zu diskutieren, muss man immer auf die Fundamentalsätze der Mechanik zurückgreifen. Man kann aber in so fern verschiedene Wege gehen, als man diese Sätze entweder direkt in ihrer ursprünglichen einfachen Form anwendet, oder sie erst in mehr entwickelten, für besondere Ziele angepassten Formen kleidet.

Die Hydrographen sind bis jetzt durchgehend den ersten Weg gegangen. Dabei ist besonders die grosse von MOHN herausgegebene Arbeit über die Dynamik des Nordmeeres zu bemerken. Er hat die Druckverteilung mit Hilfe der beobachteten thatsächlichen Beträge der Dichte des Meereswassers berechnet. Aus der Druckverteilung hat er dann mit Berücksichtigung des Einflusses der Winde und der Erddrehung die Meeresströmungen abgeleitet.

Die praktische Bearbeitung nach MOHNS Darstellung führt aber zu sehr mühsamen numerischen Rechnungen, und es liegt nahe anzunehmen, dass man das Ziel leichter erreichen können muss, wenn man die zu anwendende dynamische Sätze erst in mehr entwickelte Form bringt. Der nächste Gedanke wird dann zu versuchen, die allgemeinen HELMHOLTZ'schen Sätze über die Wirbelbewegung der Flüssigkeiten<sup>1)</sup> zu verwenden, oder auch die damit gleichwertigen Sätze, welche Lord KELVIN für die Cirkulation einer aus Wasserpartikeln zusammengesetzten Kurve<sup>2)</sup> gegeben hat.

---

<sup>1)</sup> H. HELMHOLTZ, Wissenschaftliche Abhandlungen, T. 1, p. 101.

<sup>2)</sup> Sir W. THOMSON, On vortex motion. Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1869, p. 217.

Für unmittelbare Anwendung auf Meeresbewegungen sind aber diese Sätze zu speciell. HELMHOLTZ und Lord KELVIN haben bei ihren Untersuchungen die specialisirenden Voraussetzungen gemacht, der erste dass die Dichte überall konstant sei, der letztere dass die Dichte nur mit dem Drucke sich verändere; weiter wurde von beiden angenommen, dass die Flüssigkeit reibungslos sei, und sie haben die Erddrehung ganz ausser Acht gelassen. Ihre Resultate sind mithin nicht auf das Meer auf der rotirenden Erde ohne weiteres verwendbar, weil das Wasser nicht reibungslos ist, und weil das specifische Gewicht des Meereswassers variiert und nicht nur vom Drucke sondern auch von Temperatur und Salzgehalt abhängt.

Diese Sätze über Wirbel und Cirkulation hat aber V. BJERKNES jetzt verallgemeinert, so dass sie von jeder beschränkenden Annahme über die Dichte unabhängig sind.<sup>1)</sup> Mit Anwendung der BJERKNES'schen Verallgemeinerung kann man also die KELVIN'sche Cirkulation berechnen, in welcher Weise die Dichte sich auch verändere. Der Einfluss der Erddrehung und der Reibung ist auch von BJERKNES berücksichtigt worden. Ein wesentlicher Grund der Vereinfachung und Übersichtlichkeit liegt darin, dass dieselbe Einheit für den Einfluss der Dichte, der Erddrehung und der Reibung eingeführt ist, in der Weise dass einige sehr kleine und leicht anwendbare Tabellen genügen um die verschiedenen Glieder zu berechnen.

Lord KELVIN hat wie erwähnt die Bewegung einer Reihe von Wasserpartikeln, welche eine geschlossene Kurve bilden, studirt. Von der Geschwindigkeit der einzelnen Partikeln bildete er die Tangentialkomponente längs der Kurve, deren Summe er die Cirkulation der Kurve nannte. Wenn wir also mit  $v_t$  diese Tangentialkomponente und mit  $ds$  ein Längenelement der Kurve bezeichnen, so ist die Cirkulation  $C_a$  durch die Integralformel

$$C_a = \int v_t ds \dots \dots \dots (1)$$

ausgedrückt. Bei der Integration geht man um die ganze Kurve einmal herum. Die praktische Berechnung dieses Integrales wird am einfachsten

<sup>1)</sup> V. BJERKNES: Ueber einen hydrodynamischen Fundamentalsatz und seine Anwendung besonders auf die Mechanik der Atmosphäre und des Weltmeeres. Kongl. Sv. Vet. Akad. Handlingar Bd. 31. No. 4. Stockholm 1898.

graphisch ausgeführt, indem man die Länge  $s$  der Kurve als Abscisse und die Tangentialgeschwindigkeit  $v_t$  als Ordinate in einem rechteckigen Koordinatensysteme aussetzt und danach die Fläche misst, welche das Integral (1) darstellt. Oder man kann auch die mittlere tangentielle Geschwindigkeit der Partikeln bilden und diese mit der Länge der Kurve multipliciren.

Lord KELVIN hat bei seiner Definition des Cirkulationsbegriffes nur an absolute Bewegungen gedacht. Die Cirkulation nach Lord KELVIN's Definition ist also die, welche man finden wird, wenn man die Geschwindigkeiten von einem festen Punkte im Weltraume beobachtet. Diese Cirkulation werden wir im Folgenden die absolute Cirkulation der Kurve nennen.

Indessen beobachtet man die absoluten Bewegungen nicht, sondern Bewegungen relativ zu der rotirenden Erde. Ganz analog wie oben bei den absoluten Bewegungen können wir auch aus den relativen Bewegungen eine Cirkulation berechnen, die wir relative Cirkulation nennen und mit  $C_r$  bezeichnen. Ist  $u$  die Geschwindigkeit relativ zu der Erde, so hat man also analog mit (1)

$$C_r = \int u_t ds \dots \dots \dots (2)$$

BJERKNES hat nun die folgende einfache Beziehung zwischen der absoluten und der relativen Cirkulation abgeleitet:<sup>1)</sup>

$$C_a = C_r + 2\omega S \dots \dots \dots (3)$$

wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde und  $S$  der Flächeninhalt der geschlossenen Kurve auf der Aequatorebene bedeutet. Man kann mit dieser Formel sehr leicht die absolute Cirkulation berechnen, wenn man die relative kennt, und umgekehrt.

BJERKNES hat die Veränderung der relativen Cirkulation mit der Zeit  $\left(\frac{dC_r}{dt}\right)$  berechnet, unter Annahme, dass die Bewegung des Wassers nur von der Schwerkraft, der Dichte- und Druckverteilung, der Erddrehung und der Reibung beeinflusst wird.<sup>2)</sup> Diese Grösse ist gleich der

<sup>1)</sup> V. BJERKNES: Cirkulation relativ zu der Erde. Öfversigt af Kongl. Vet. Akad. Handl. Stockholm 1901, No. 10.

<sup>2)</sup> V. BJERKNES: Cirkulation relativ zu der Erde. l. c.

Summe der Tangentialkomponente der Beschleunigung der Partikeln auf der Kurve. Wenn wir also mit  $\dot{u}_t$  diese Tangentialkomponente bezeichnen, so ist

$$\frac{dC_r}{dt} = \int \dot{u}_t ds \dots \dots \dots (4)$$

Wenn die Tangentialbeschleunigung  $\dot{u}_t$  in einer genügenden Anzahl Partikeln der Kurve bekannt ist, so lässt sich daraus  $\frac{dC_r}{dt}$  in derselben Weise wie die Grösse C aus der Tangentialgeschwindigkeit, berechnen.

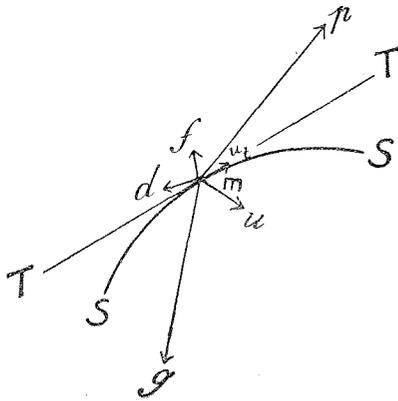


Fig. 1.

In Fig. 1 bedeutet S—S ein Teil der geschlossenen Kurve und T—T die Tangente derselben im Punkte m. Der Wasserpartikel m wird von mehreren Kräften angegriffen, deren beschleunigende Wirkungen in der Figur durch Pfeile angedeutet sind. Der Pfeil  $mg$  giebt die Richtung und Grösse der Schwerkraft an und analog hiermit die übrigen Pfeile:  $mp$ ,  $md$  und  $mf$  die Beschleunigungen, welche von der Druckverteilung, der Erddrehung be-

ziehungsweise der Reibung, herrühren. Durch Zusammensetzung dieser Beschleunigungen nach dem Parallelogrammgesetze bekommt man die resultierende Beschleunigung  $\dot{i}$  des Partikels. Die Projektion  $\dot{u}_t$  des Vektors  $\dot{i}$  auf diese Linie ist dann die Tangentialbeschleunigung des Partikels m auf der geschlossenen Kurve. Wird diese längs der ganzen Kurve integriert, so bekommt man die Grösse  $\frac{dC_r}{dt}$ , in Folge (4). Dieselbe Grösse  $\dot{u}_t$  findet man auch dadurch, dass man die Tangentialkomponente der verschiedenen Vektoren zeichnet und sie summiert. Wenn der Index t die Tangentialkomponente andeutet, so ist also

$$\dot{u}_t = g_t + p_t + d_t + f_t \dots \dots \dots (5)$$

Wird dies in (4) eingesetzt, so ergibt sich

$$\frac{dC_r}{dt} = \int g_t ds + \int p_t ds + \int d_t ds + \int f_t ds (6)$$

Jedes dieser Integrale kann in derselben Weise graphisch berechnet werden wie die Cirkulation aus der Formel (1), wenn man nur die Grössen  $g_t$ ,  $p_t$ ,  $d_t$  und  $f_t$  in einer genügenden Anzahl von Punkten der geschlossenen Kurve kennt. Die Integrale können indessen zu anderen Formen umtransformirt werden, welche für die praktische Berechnung besser geeignet sind.

Die Grösse  $g_t$  im ersten Integrale in der Gleichung (6) ist die Komponente der Schwerkraftbeschleunigung, welche längs dem Linienelemente  $ds$  fällt. Die Grösse  $g_t ds$  ist folglich die Arbeit, welche man bei der Versetzung der Masseneinheit längs des Linienelementes  $ds$  leisten muss, um die Schwerkraft zu überwinden. Das Integral  $\int g_t ds$  ist also die Arbeit, welche man bei der Versetzung der Masseneinheit längs der ganzen geschlossenen Kurve  $S$  ausführen muss um die Schwere zu überwinden. Diese Arbeit ist aber Null, weil die Masseneinheit zu ihrer Anfangslage zurückgeführt wird, d. h. die Schwerkraft hat keinen Einfluss auf die Cirkulation einer geschlossenen, aus Wasserpartikeln zusammengesetzten Kurve. Wir haben also

$$\int g_t ds = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Die Grösse  $p_t$  im zweiten Integrale in (6) ist die Komponente längs des Linienelementes  $ds$  der von der Druckverteilung hervorgerufenen Beschleunigung. Diese ist proportional der Druckveränderung  $\frac{dp}{ds}$  längs des Linienelementes  $ds$  und umgekehrt proportional der Dichte  $\rho$  des Wassers. Wir haben also

$$p_t = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds}$$

Das negative Vorzeichen deutet an, dass  $p_t$  gegen abnehmenden Druck gerichtet ist. Wenn wir anstatt der Dichte  $\rho$  das spezifische Volumen  $v = \frac{1}{\rho}$  benützen so erhalten wir

$$p_t = - v \frac{dp}{ds}$$

Wird dies im zweiten Integrale in der Gleichung (6) eingesetzt, so ergibt sich

$$\int p_t ds = - \int v dp \dots \dots \dots (8)$$

Der Vektor  $ml$  in Fig. 1 ist die sogenannte *Coriolische Kraft*. Wenn man ihre Tangentialkomponente  $d_t$  auf der geschlossenen Kurve integriert, so bekommt man den Einfluss der Erddrehung auf die Cirkulation der Kurve. Dieser Einfluss wird indessen viel leichter mit Hilfe der Beziehung (3) gefunden. Durch Derivation dieser Gleichung nach der Zeit bekommt man

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{dC_r}{dt} + 2\omega \frac{dS}{dt} \dots \dots \dots (9)$$

Die Veränderung  $\frac{dC_r}{dt}$  der Cirkulation relativ zu der Erde ist durch die Formel (6) gegeben. Auf die absolute Cirkulation der Kurve wirkt die Schwere, die Dichte und Druckverteilung und die Reibung genau wie auf die relative; die Coriolische Kraft aber hat nur mit der relativen Bewegung zu thun und ist deshalb gleich Null bei der absoluten Bewegung. Die Veränderung der absoluten Cirkulation mit der Zeit beträgt also

$$\frac{dC_a}{dt} = \int g_t ds + \int p_t ds + \int f_t ds \dots (10)$$

Die Vergleichung der Formeln (6) und (10) ergibt

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{dC_r}{dt} - \int d_t ds$$

und die Vergleichung dieser Formel mit (9):

$$\int d_t ds = - 2\omega \frac{dS}{dt} \dots \dots \dots (11)$$

Das letzte Integral  $\int f_t ds$  in Formel (6) stellt den Einfluss der Reibung dar. Die direkte Berechnung dieser Grösse stösst auf beträchtliche Schwierigkeiten und die einzige praktische Methode ist sie aus der Formel (6) in solchen Fällen zu berechnen, wo die übrigen Glieder bekannt sind. Wir wollen der Kürze wegen dieses Integral mit  $-R$  bezeichnen. Das Minuszeichen deutet an, dass die Reibung der Cirkulation entgegenwirkt. Wir haben also

$$\int f_t ds = - R \dots \dots \dots (12)$$

Wenn man die Beträge in die Formeln (7), (8), (11) und (12) in (6) einsetzt, so ergibt sich

$$\frac{dC_r}{dt} = - \int v dp - 2\omega \frac{dS}{dt} - R \dots \dots (13)$$

Die Dimension der Grösse  $C_r$  ist nach der Formel (2)  $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}}$ .

Die Grösse  $\frac{dC_r}{dt}$  hat also die Dimension  $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}^2}$ . Dieselbe Dimension haben die übrigen Glieder in der Formel (13). Wenn wir alle Grössen in egs Mass ausdrücken, werden die verschiedenen Glieder in  $\frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$  Einheiten ausgedrückt.

Das erste Glied rechts in der Formel (13) ist von besonderer Wichtigkeit, weil es die primäre Ursache der Bewegungen im Meere und in der Atmosphäre enthält. Die Erddrehung und die Reibung können nicht eine ruhende Wassermasse in Bewegung setzen, nur eine schon stattfindende Bewegung deformiren. Die zwei letzten Glieder in der Gleichung (13) haben also Bedeutung nur für den weiteren Verlauf einer durch die Druck- und Dichteverteilung erzeugten Bewegung. Aus diesem Grunde hat Prof. BJERKNES dem ersten Gliede ein eingehendes Studium gewidmet. Die dabei gefundenen Resultate werden am besten durch ein Beispiel illustriert. Wir wollen das Glied für eine geschlossene Kurve berechnen, welche aus Wasserpunkten in einer Meridianebene zusammengesetzt ist. Um dies auszuführen müssen wir den Druck und das spezifische Volumen in der Meridianebene kennen. Die Verteilung dieser Grössen wird am besten durch Linien gleichen Druckes (isobaren Linien) und Linien gleichen spezifischen Volumens (isosteren Linien) in der Meridianebene graphisch dargestellt. Die isobaren Linien verlaufen etwa parallel mit der Erdoberfläche, die isosteren Linien sind im Allgemeinen gegen den Äquator abwärts geneigt. Fig. 2 mag diese Liniensysteme darstellen. Das erste Integral rechts in (13) soll für die in Fig. 2 eingezeichnete geschlossene Kurve berechnet werden. Dies kann in der Weise geschehen, dass man in einer rechtwinkligen Koordinatenebene den Druck als Ordinate und das spezifische Gewicht als Abscisse aussetzt und die geschlossene Kurve in dieser Koordinatenebene einzeichnet, welche dieselben korrespondirenden  $p$ - und  $v$ -Werte wie die Kurve in Fig. 2 besitzt. Fig. 3 stellt die Koordinatenebene nebst der auf Fig. 2 abgebildeten Kurve dar. Nach der Integrallehre ist das Integral  $\int v dp$  gleich der von der Kurve in Fig. 3 eingeschlossenen Fläche. Diese Fläche ist aber proportional mit

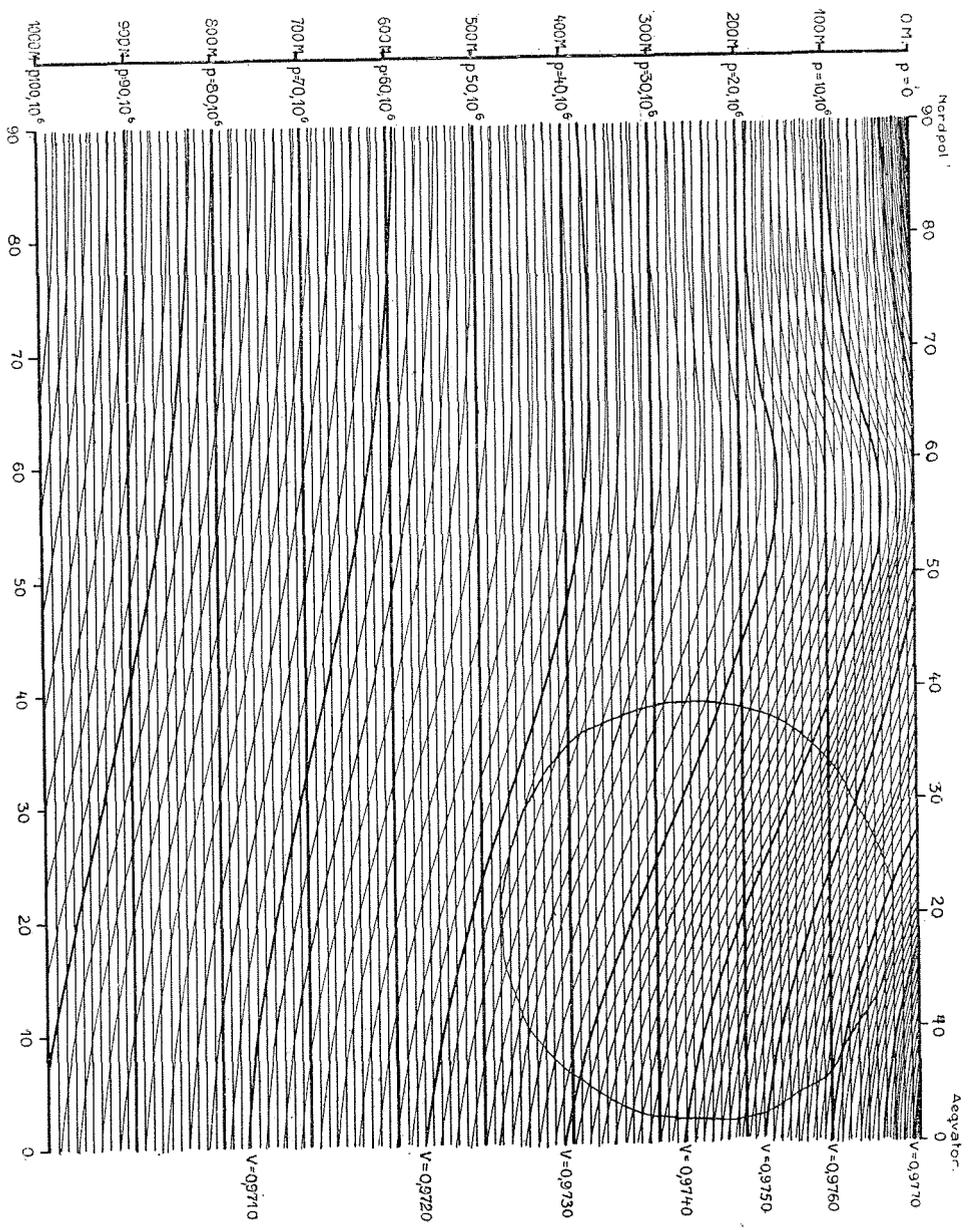


Fig. 2. Isobaren und Isosteren in einer Meridianebene.

der Anzahl der quadratförmigen Gebilde in Fig. 3, welche von der Kurve umschlossen werden, weil jedes dieser Gebilde eine Flächeneinheit umschließt. Werden die horizontalen Linien in Fig. 3 als Isobaren und die vertikalen Linien als Isosteren angesehen, so entspricht jedes der quadratförmigen Gebilde in Fig. 3 einem der parallelogramförmigen Gebilde in Fig. 2. Also umschließt die geschlossene Kurve in Fig. 2 genau dieselbe

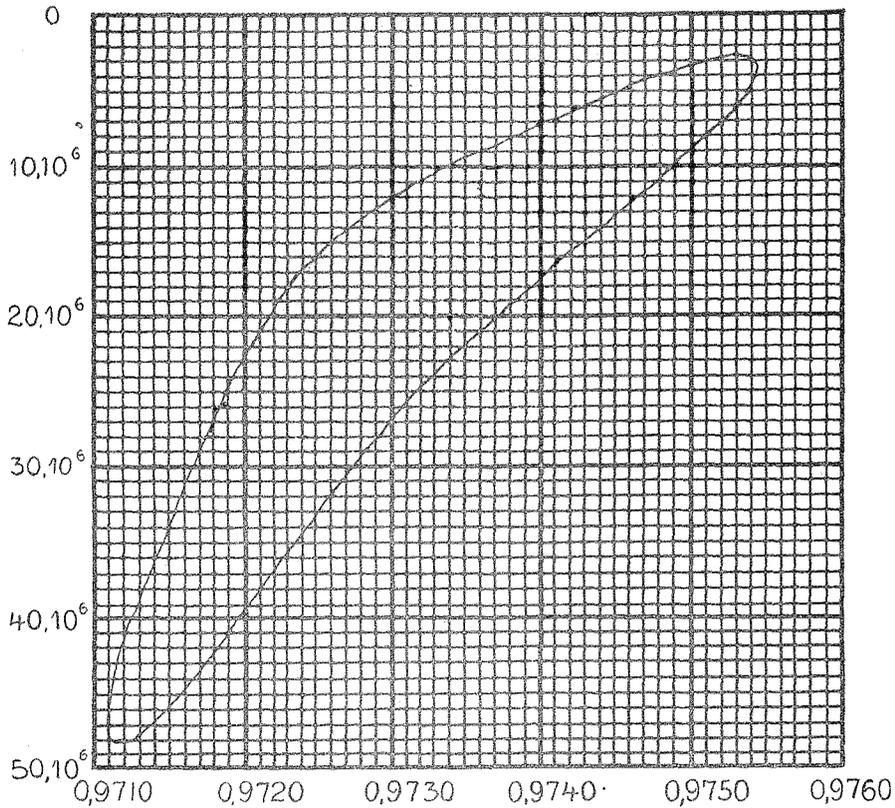


Fig. 3. Graphische Berechnung des Integrales  $-\int vdp$ .

Anzahl der parallelogramförmigen Gebilde wie die geschlossene Kurve in Fig. 3 Quadrate umschließt. Das Integral  $-\int vdp$  für die geschlossene Kurve in Fig. 2 in egs-Einheiten ausgedrückt ist also gleich der Anzahl der von der Kurve umschlossenen parallelogramförmigen Gebilde multipliziert mit einem Proportionalitätsfaktor.

Um den Betrag dieses Proportionalitätsfaktors zu bekommen, hat man das Integral  $-\int vdp$  um eines der parallelogramförmigen Gebilde in Fig. 2 auszuführen. Wir beachten zunächst, dass jedes parallelogramförmige Gebilde in Fig. 2 von zwei isobaren Linien  $p = p_0$  und  $p = p_1$  und zwei isosteren Linien  $v = v_0$  und  $v = v_1$  begrenzt ist. Die Ausführung der Integration um eine solche Kurve herum ergibt

$$-\int vdp = (v_1 - v_0) (p_1 - p_0)$$

Für jedes parallelogramförmige Gebilde in Fig. 2 ist nun

$$v_1 - v_0 = 0.0001 \frac{\text{cm.}^3}{\text{g}} \text{ und } p - p_0 = 10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm. sek.}^2}, \text{ d. h.}$$

$$-\int vpd = 0.0001 \times 10^6 = 100 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek.}^2}$$

Durch Zählung findet man, dass die geschlossene Kurve in Fig. 2 495 parallelogramförmige Gebilde umschließt. Es ist also für diese geschlossene Kurve

$$-\int vdp = 495 \times 100 = 49500 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek.}^2}$$

Wenn man nicht nur die Verhältnisse in einem Meridianschnitte sondern im ganzen Meere ins Auge fasst, so hat man isobare und isostere Flächen anstatt isobarer und isosterer Linien zu betrachten. Durch Schneidung der beiden Flächensysteme unter einander entsteht ein System von Röhren. Die parallelogramförmigen Gebilde in Fig. 2 sind die Querschnitte dieser Röhren mit der Meridianebene. Jeder dieser Röhren ist durch ein entsprechendes quadratförmiges Gebilde in Fig. 3 repräsentiert. Das Integral  $-\int vdp$  ist demnach für eine beliebige geschlossene Kurve im Meere gleich der Anzahl der von der Kurve umschlossenen isobar-isosteren Röhren. Diese Röhren werden von BJERKNES Solenoide genannt. Die geschlossene Kurve in Fig. 2 umschließt also 49500 egs-Solenoide. Wenn eine geschlossene Kurve im Meere eine Anzahl von A Solenoide umschließt, so ist für diese Kurve

$$-\int vdp = A \dots \dots \dots (14).$$

Wird dies in (13) eingesetzt, so ergibt sich

$$\frac{dC_r}{dt} = A - 2\omega \frac{dS}{dt} - R \dots \dots \dots (15)$$

welche die von BJERKNES abgeleitete Cirkulationsgleichung ist.

Die Grösse  $\frac{dC_r}{dt}$  ist die auf die Zeiteinheit bezogene Veränderung der Cirkulation einer beliebigen geschlossenen Kurve im Meere von der rotirenden Erde gesehen. Um die Bedeutung der Grösse  $\frac{dC_r}{dt}$  einzusehen gehen wir zur Formel (4) zurück. Wenn wir mit  $\dot{i}_{tm}$  den durchschnittlichen Betrag der Tangentialkomponente der Beschleunigung und mit  $s$  die Länge der Kurve bezeichnen so ist nach (4)

$$\frac{dC_r}{dt} = \int \dot{i}_t ds = \dot{i}_{tm} s$$

also

$$\dot{i}_{tm} = \frac{1}{s} \frac{dC_r}{dt} \dots \dots \dots (16)$$

Hier ist  $s$  bekannt, und die Grösse  $\frac{dC_r}{dt}$  berechnet sich aus der Formel (15). Es lässt sich also infolge (16) die durchschnittliche Tangentialbeschleunigung längs der Kurve berechnen.

Die drei Glieder rechts in (15) geben die Beiträge zu der Cirkulationsveränderung, welche von der Druck- und Dichteverteilung, der Erddrehung bezw. der Reibung herrühren.  $A$  ist die Anzahl der von der Kurve umschlossenen isobar-isosteren Solenoide,  $\omega$  ist die Winkelgeschwindigkeit der Erde und  $S$  der Flächeninhalt der Projektion der geschlossenen Kurve auf der Aequatorebene.  $R$  ist der Einfluss der Reibung auf die Cirkulation der Kurve.

Die primäre Ursache aller Bewegungen im Meere ist durch die Solenoide repräsentirt. Die Erddrehung und die Reibung üben meistens einen retardirenden Einfluss aus. Sie sind deshalb mit negativen Vorzeichen in der Gleichung (15) versehen. Es kann indessen in einzelnen Fällen eintreffen, dass die Solenoide auf eine schon stattfindende, durch andere Solenoide erzeugte Cirkulation retardirend wirken, oder dass die Erddrehung oder die Reibung beschleunigend wirken. Man muss

deshalb in jedem Falle den Sinn untersuchen, in welchem die verschiedenen Glieder rechts in (15) zu der Cirkulationsveränderung beitragen.

Um den Sinn der von einem Solenoide hervorgerufenen Cirkulationsbewegung zu finden, hat man das Integral  $-\int vdp$  für eine geschlossene Kurve, welche ein Solenoid umschliesst, zu integrieren. Das Resultat wird entweder  $+1$  oder  $-1$  je nachdem die Kurve in der einen oder der anderen Richtung umlaufen wird. Das Wasser wird in der Richtung beschleunigt, welche das  $+$  Zeichen giebt. Die Pfeile in Fig. 5 stellen den in dieser Weise von den Solenoiden in Fig. 2 abgeleiteten Sinn der Cirkulation in einer Meridianebene dar.

Im Meere, wo der Druck immer mit der Tiefe zunimmt und das spezifische Volumen immer mit der Tiefe abnimmt, wird man sich meistens mit der folgenden einfachen, von dem Integrationsverfahren abgeleiteten Regel helfen können: Das Wasser wird von den Solenoiden aufwärts getrieben, wo es leicht ist, und abwärts, wo es schwer ist.

Den Sinn der von der Erddrehung herrührenden Cirkulationsveränderung hat BJERKNES durch die folgende Regel ausgedrückt. Wir nennen die Bewegungsrichtung anticyklonisch welche der scheinbaren Bewegung der Sonne entspricht, die entgegengesetzte cyclonisch. Die BJERKNES'sche Regel lautet dann: Wenn  $S$  wächst, so wird  $C_r$  anticyklonisch beschleunigt, wenn dagegen  $S$  abnimmt, so wird  $C_r$  cyclonisch beschleunigt. Um den Einfluss der Erddrehung auf die Cirkulation einer geschlossenen Kurve im Meere zu berechnen, hat man also folgendermassen zu verfahren. Man projicirt die geschlossene Kurve auf die Aequatorebene und berechnet die Veränderung  $\frac{dS}{dt}$  des Flächeninhaltes der Projektion infolge der Wasserbewegung. Wenn  $S$  zunimmt, hat man die anticyklonische Richtung an der projicirten Kurve auf die Kurve im Meere zurückzuprojectiren, wenn  $S$  abnimmt projectirt man die cyclonische Richtung zurück um den Sinn der Cirkulationsbeschleunigung zu gewinnen. Der Betrag des Einflusses der Erddrehung ist infolge (15) gleich

$$2\omega \frac{dS}{dt}.$$

Der Sinn der von der Reibung hervorgerufenen Cirkulationsbeschleu-

nigung ist im Allgemeinen der thatsächlichen Cirkulation entgegengesetzt gerichtet, weil die Reibung die relativen Bewegungen auszugleichen sucht. Es kann indessen auch eintreffen, dass die Reibung beschleunigend wirkt, z. B. wenn ein Wasserstrom in der Nähe einer Küste entlang geht. Wenn alle Partikeln des Wasserstromes anfangs dieselbe Geschwindigkeit haben, so ist die Cirkulation aller geschlossenen Kurven im Strome gleich Null. Wegen der Reibung gegen die Küste wird das Wasser in der Nähe derselben etwas aufgehalten, so dass die Wassergeschwindigkeit dort geringer ist als in grösserer Entfernung vom Lande. Dann ist aber die Cirkulation der geschlossenen Kurven nicht länger gleich Null. Die Cirkulation ist also — der Reibung wegen — gewachsen.

Der Einfluss der Reibung lässt sich berechnen, falls man den Reibungskoeffizienten und die relative Bewegung im unendlichen Kleinen in der Umgebung der geschlossenen Kurve kennt. Es ist natürlich unmöglich Beobachtungen über diese relative Bewegung zu bewerkstelligen. Bei der Berechnung von  $R$  geht man deshalb am besten von der Gleichung (15) aus, in solchen Fällen, wo man alle übrigen Glieder kennt. Die stationäre Bewegung ist dazu sehr geeignet, weil dabei die Cirkulation  $C_r$  konstant und also  $\frac{dC_r}{dt}$  gleich Null ist. Nach (15) ist dann

$$R = A - 2\omega \frac{dS}{dt} \dots \dots \dots (17)$$

Bei der Berechnung von  $R$  in dieser Weise bekommt man auch den Sinn der Reibungsbeschleunigung auf die Cirkulation. Ist  $A$  kleiner als  $2\omega \frac{dS}{dt}$  so ist die Reibungsbeschleunigung wie die Solenoidbeschleunigung gerichtet, und umgekehrt falls  $A$  grösser als  $2\omega \frac{dS}{dt}$  ist.

Wenn man annimmt, dass die Reibung der Wassergeschwindigkeit proportional ist, so ist der Einfluss der Reibung auf die Cirkulation auch der Cirkulation proportional, also

$$R = \mu \cdot C_r \dots \dots \dots (18)$$

wo  $\mu$  den Reibungskoeffizienten nach MOHN bedeutet. Wenn man  $R$  und  $C_r$  für eine geschlossene Kurve kennt, so kann man also den Reibungskoeffizienten  $\mu$  berechnen.

## 2. Die numerische Berechnung der Cirkulationsbeschleunigung.

### 1. Berechnung der Anzahl der Solenoide.

Die Anzahl der Solenoide wird sehr leicht für solche Kurven berechnet, welche aus zwei Vertikalen a und b, und zwei isobaren Linien  $p = p_0$  und  $p = p_1$ , zusammengesetzt sind. Solche speciellen Kurven genügen auch in den meisten Fällen um die Meeresbewegungen zu berechnen. Die Vereinfachung kommt wesentlich dadurch zu Stande, dass auf den isobaren Kurventeilen  $dp$  gleich 0 ist, so dass diese keinen Betrag zum Integrale  $-\int v dp$  für die Kurve liefern, und man hat die Integration nur längs den Vertikalen a und b auszuführen. Anstatt (14) kann man also schreiben

$$A = \left( \int_{p_0}^{p_1} v dp \right)_a - \left( \int_{p_0}^{p_1} v dp \right)_b \dots \dots \dots (19)$$

Die Vorzeichen müssen verschieden sein, da bei der Integration um die Kurve herum die Integration längs der einen vertikalen Linie abwärts und längs der anderen aufwärts ausgeführt wird. Wenn man also zunächst das Integral

$$E = \int_{p_0}^{p_1} v dp \dots \dots \dots (20)$$

für verschiedene Vertikalen berechnet, so hat man nach (19) nur Differenzen dieser Grösse zu bilden um die Anzahl A der Solenoide zu erhalten. Es ist desswegen wünschenswert, dass die Grösse E für die hydrographischen Stationen berechnet wird. Wir werden im Folgenden sehen, dass diese Rechnung eine sehr leichte und wenig zeitraubende Aufgabe ist.

Zunächst ist zu bemerken, dass der Druck im Meer um etwa 1 Atmosphäre für jede 10 Meter Tiefe zunimmt, und dass 1 Atmo-

sphäre etwa  $10^6$  egs-Einheiten entspricht. Der Druck nimmt folglich um etwa  $10^5$  egs-Einheiten für jeden Meter zu. Es wird deshalb sehr praktisch werden als Druckeinheit  $10^5$  egs zu wählen, denn dann nimmt der Druck um eine Einheit für jeden Meter Tiefe zu. Dann müssen aber die durch Integration gefundenen Werten von E und A mit  $10^5$  multiplicirt werden, um in egs-Einheiten ausgedrückt zu werden. Man kann auch anstatt dessen alle spezifische Volumina mit  $10^5$  multipliciren, was zweckmässig ist, weil das spezifische Volumen sehr wenig variirt. Im Folgenden werden wir überall den Druck in  $10^5$  egs und das spezifische Volumen in  $10^{-5}$  egs-Einheiten ausdrücken. Die daraus durch Integration berechneten Werten von E und A bekommt man dann direkt in egs-Einheiten.

Tabelle 1.

Tiefe der Isobaren in  $45^0$  Breite.

Druck $10^5$ egs.	Süßwasser bei $0^0$ C. Tiefe in m.	Salzwasser ( $35^0/_{00}$ , $0^0$ C.) Tiefe in m.
0	0	0
10	10.19	9.91
20	20.38	19.82
50	50.95	49.55
100	101.9	99.09
200	203.7	198.1
500	509.0	495.0
1000	1017	989
1500	1523	1482
2000	2029	1974
3000	3036	2955
4000	4039	3931
5000	5038	4904

Die Tiefen der verschiedenen Isobaren in Süß- und in Salzwasser (von Salzgehalt  $35 \text{ ‰}$ ) bei  $0^0$  Cels. und  $45^0$  Breite geht aus der Tabelle 1 hervor. Die Isobare 1000 findet man nach dieser Tabelle in Salzwasser in 989 Meter Tiefe und in Süßwasser in 1017 Meter Tiefe. Die Lage dieser Isobare kann also höchstens um 17 Meter von der 1000-Meter-Tiefe entfernt sein. Dies ist  $1.7 \text{ ‰}$  der ganzen Tiefe. Für die übrigen Isobaren übersteigt die Entfernung nie  $2 \text{ ‰}$  der ganzen Tiefe. Die hydrographischen Tiefeangaben sind, wegen der Neigung der Lotleine etc., nicht von dieser Genauigkeit, und man kann deshalb an-

nehmen, dass die in einer gewissen Tiefe gefundenen Werten für Salzgehalt und Temperatur für die entsprechende Isobare gelten. Das daraus berechnete spezifische Volumen gilt dann auch für die Isobaren. Durch dieses Zusammentreffen der isobaren Flächen mit den Flächen gleicher Tiefe wird die numerische Ausführung der Integration rechts in (20) sehr erleichtert.

Das spezifische Volumen wird man mit den modernen Hilfsmitteln beinahe auf fünf Ziffern berechnen können. Wenn man das Integral in (20) direkt berechnen will, muss man deshalb mit fünfziffrigen Zahlen rechnen. Man sieht indessen leicht ein, dass dies überflüssig ist. Man kann nämlich jedes der beiden Glieder rechts in (19) um eine beliebige Grösse  $E_0$  vermindern und die Differenz der beiden Glieder bleibt dennoch gleich  $A$ . Wenn wir die beiden Glieder mit  $E_a$  bzw.  $E_b$  bezeichnen, so ist zunächst anstatt (19)

$$A = E_a - E_b \dots \dots \dots (21)$$

Diese Gleichung kann auch so geschrieben werden:

$$A = (E_a - E_0) - (E_b - E_0) \dots \dots \dots (22)$$

Durch zweckmässige Wahl der Grösse  $E_0$  bekommt man für die numerischen Werten der Differenzen  $E_a - E_0$  und  $E_b - E_0$  kleine Zahlen. Die Grösse  $E_0$  kann z. B. in der folgenden Weise gewählt werden. Wir berechnen die Grösse  $E$  nach (20) für eine Vertikale im Meer, wo es nur Wasser von  $0^\circ \text{C}$ . und  $35 \text{ ‰}$  vorkommt, und setzen den so erhaltenen Wert gleich  $E_0$ . Es ist also

$$E_0 = \int_{p_0}^{p_1} v_{35 \text{ ‰}, 0^\circ \text{C}} dp \dots \dots \dots (23)$$

Die Tabelle 2 enthält zunächst  $\rho_{35 \text{ ‰}, 0^\circ \text{C}}$ ; diese Grösse ist nach MARTIN KNUDSENS<sup>1)</sup> hydrographischen Tabellen und den von TAIT<sup>2)</sup> ausgeführten Kompressionsversuchen berechnet; ferner die durch Inversion und Multiplikation mit  $10^5$  aus dieser Werte gewonnenen Beträge von  $v_{35 \text{ ‰}, 0^\circ \text{C}}$ . Durch mechanische Integration der Grösse  $v_{35 \text{ ‰}, 0^\circ \text{C}}$  bekommt man infolge (23) die Grösse  $E_0$ ; diese ist auch in Tabelle 2 enthalten. Die Integration ist vom Meeresniveau abwärts ausgeführt.

<sup>1)</sup> MARTIN KNUDSEN. Hydrographische Tabellen. Kopenhagen 1901.

<sup>2)</sup> P. G. TAIT. Report on some of the physical properties of fresh water and of sea-water. The Voyage of H. M. S. Challenger. Vol. II. London 1889.

Tabelle 2.

Dichte, spezifisches Volumen und Wert der Grösse  $E_0$  längs einer Vertikalen im Meer, wo es nur Wasser von 35‰ und 0° C. vorkommt.

Tiefe in m.	$\rho_{35\text{‰}, 0^\circ\text{C.}}$	$V_{35\text{‰}, 0^\circ\text{C.}}$	$E_0$
0	1.028126	97264.3	0
10	1.028173	97259.9	972 621
20	1.028220	97255.4	1 945 200
30	1.028267	97251.0	2 917 730
40	1.028314	97246.6	3 890 220
50	1.028361	97242.1	4 862 660
100	1.028595	97220.0	9 724 210
150	1.028828	97198.0	14 584 700
200	1.029062	97175.9	19 444 000
250	1.029295	97153.9	24 302 300
300	1.029528	97131.9	29 159 400
350	1.029760	97110.0	34 015 400
400	1.029992	97088.1	38 870 400
450	1.030224	97066.3	43 724 300
500	1.030456	97044.4	48 577 000
600	1.030918	97000.9	58 279 300
700	1.031380	96957.5	67 977 200
800	1.031840	96914.3	77 670 800
900	1.032299	96871.2	87 360 100
1000	1.032757	96828.2	97 045 000
1200	1.033670	96742.7	116 402 000
1500	1.035031	96615.5	145 406 000
2000	1.037278	96406.2	193 661 000
2500	1.039498	96200.3	241 813 000
3000	1.041693	95997.6	289 862 000
3500	1.043861	95798.2	337 811 000
4000	1.046004	95601.9	385 661 000
4500	1.048124	95408.6	433 413 000
5000	1.050217	95218.4	481 070 000

Um nun die Grösse  $E - E_0$  aus den hydrographischen Beobachtungen zu berechnen, schreiben wir nach (20) und (23)

$$E - E_0 = \int_{p_0}^{p_1} v dp - \int_{p_0}^{p_1} v_{35\text{‰}, 0^\circ} dp$$

oder

$$E - E_0 = \int_{p_0}^{p_1} (v - v_{35\text{‰}, 0^\circ}) dp \dots \dots \dots (24)$$

d. h., die Grösse  $v - v_{35\text{‰}, 0^\circ}$  soll längs der Vertikalen integriert werden. Diese Grösse verändert sich sehr wenig mit der Kompression, weil sowohl  $v$  als  $v_{35\text{‰}, 0^\circ}$  vom Drucke in beinahe demselben Maasse beeinflusst werden. Man fügt deshalb den Einfluss der Kompression zweckmässig als Korrektur hinzu. Die Tabelle 3 enthält  $v - v_{35\text{‰}, 0^\circ}$  als Funktion von Salzgehalt und Temperatur bei einer Atmosphäre Druck.

Ta

V—V<sub>35‰, 0°C.</sub> bei einer

Salz- gehalt	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>
Temp. °C.											
—2.6	108.0	100	93	85	77	69.6	62	54	47	39	31.2
—1.9	108.2	101	93	85	78	70	62	54	47	39	31.4
—1.8	108.3	101	93	85	78	70	62	55	47	39	31.6
—1.7	108.6	101	93	86	78	70	63	55	47	39	31.8
—1.6	108.8	101	93	86	78	70	63	55	47	40	32.1
—1.5	109.1	101	94	86	78	71	63	55	48	40	32.3
—1.4	109.3	102	94	86	79	71	63	56	48	40	32.6
—1.3	109.6	102	94	87	79	71	64	56	48	41	32.9
—1.2	109.9	102	95	87	79	72	64	56	49	41	33.2
—1.1	110.2	103	95	87	80	72	64	57	49	41	33.5
—1.0	110.5	103	95	88	80	72.2	65	57	49	42	33.9
—0.9	110.8	103	96	88	80	73	65	57	50	42	34.3
—0.8	111.2	104	96	88	81	73	65	58	50	42	34.7
—0.7	111.6	104	96	89	81	73	66	58	50	43	35.1
—0.6	111.9	104	97	89	81	74	66	58	51	43	35.5
—0.5	112.3	105	97	89	82	74	66	59	51	44	35.9
—0.4	112.7	105	97	90	82	75	67	59	52	44	36.3
—0.3	113.1	105	98	90	83	75	67	60	52	44	36.7
—0.2	113.5	106	98	91	83	75	68	60	52	45	37.2
—0.1	114.0	106	99	91	83	76	68	61	53	45	37.7
0.0	114.5	107	99	92	84	76.4	69	61	53	46	38.2
0.1	115.0	107	100	92	84	77	69	62	54	46	38.7
0.2	115.5	108	100	93	85	77	70	62	54	47	39.2
0.3	116.0	108	101	93	85	78	70	63	55	47	39.7
0.4	116.5	109	101	94	86	78	71	63	55	48	40.2
0.5	117.0	109	102	94	86	79	71	64	56	48	40.8
0.6	117.5	110	102	95	87	79	72	64	57	49	41.3
0.7	118.0	110	103	95	88	80	72	65	57	50	41.9
0.8	118.6	111	103	96	88	81	73	65	58	50	42.5
0.9	119.2	112	104	96	89	81	74	66	58	51	43.1
1.0	119.8	112	105	97	89	81.8	74	67	59	51	43.7
1.1	120.4	113	105	98	90	82	75	67	60	52	44.3
1.2	121.0	113	106	98	91	83	75	68	60	53	44.9
1.3	121.5	114	106	99	91	84	76	68	61	53	45.6
1.4	122.1	115	107	99	92	84	77	69	61	54	46.2
1.5	122.8	115	108	100	92	85	77	70	62	54	46.9
1.6	123.4	116	108	101	93	85	78	70	63	55	47.6
1.7	124.1	117	109	101	94	86	79	71	63	56	48.3
1.8	124.8	117	110	102	94	87	79	72	64	57	49.0
1.9	125.5	118	110	103	95	88	80	73	65	57	49.8
2.0	126.2	119	111	103	96	88.4	81	73	66	58	50.5
2.1	126.9	119	112	104	97	89	82	74	66	59	51.3
2.2	127.6	120	112	105	97	90	82	75	67	60	52.0
2.3	128.4	121	113	106	98	91	83	75	68	60	52.8
2.4	129.1	122	114	106	99	91	84	76	69	61	53.6
2.5	129.9	122	115	107	100	92	85	77	70	62	54.4
	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>

belle 3.

Atmosphäre Druck.

34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	
										Temp. °C.
24	16	8	0	-7.2	-15	-23	-30	-38	-45.7	-2.6
24	16	8	1	-7	-15	-22	-30	-38	-45.6	-1.9
24	16	9	1	-7	-15	-22	-30	-38	-45.4	-1.8
24	16	9	1	-7	-14	-22	-30	-37	-45.1	-1.7
24	17	9	1	-6	-14	-22	-30	-37	-44.8	-1.6
25	17	9	2	-6	-14	-21	-29	-37	-44.5	-1.5
25	17	10	2	-6	-13	-21	-29	-37	-44.2	-1.4
25	18	10	2	-6	-13	-21	-29	-36	-43.9	-1.3
26	18	10	3	-5	-13	-20	-28	-36	-43.5	-1.2
26	18	11	3	-5	-12	-20	-28	-35	-43.1	-1.1
26	19	11	3	-4.4	-12	-20	-27	-35	-42.7	-1.0
27	19	11	4	-4	-12	-19	-27	-35	-42.3	-0.9
27	19	12	4	-4	-11	-19	-27	-34	-41.9	-0.8
27	20	12	4	-3	-11	-19	-26	-34	-41.5	-0.7
28	20	13	5	-3	-10	-18	-26	-33	-41.1	-0.6
28	21	13	5	-2	-10	-18	-25	-33	-40.6	-0.5
29	21	13	6	-2	-10	-17	-25	-33	-40.2	-0.4
29	21	14	6	-1	-9	-17	-24	-32	-39.7	-0.3
30	22	14	7	-1	-9	-16	-24	-32	-39.2	-0.2
30	22	15	7	0	-8	-16	-23	-31	-38.7	-0.1
31	23	15	8	0.0	-8	-15	-23	-31	-38.2	0.0
31	23	16	8	0	-7	-15	-22	-30	-37.7	0.1
32	24	16	9	1	-7	-14	-22	-30	-37.2	0.2
32	24	17	9	1	-6	-14	-21	-29	-36.6	0.3
33	25	17	10	2	-6	-13	-21	-28	-36.1	0.4
33	25	18	10	2	-5	-13	-20	-28	-35.5	0.5
34	26	18	11	3	-4	-12	-20	-27	-34.9	0.6
34	27	19	11	4	-4	-11	-19	-27	-34.3	0.7
35	27	20	12	4	-3	-11	-18	-26	-33.6	0.8
35	28	20	13	5	-3	-10	-18	-25	-33.0	0.9
36	28	21	13	5.7	-2	-10	-17	-25	-32.4	1.0
37	29	22	14	6	-1	-9	-17	-24	-31.7	1.1
37	30	22	14	7	-1	-8	-16	-24	-31.1	1.2
38	30	23	15	8	0	-8	-15	-23	-30.4	1.3
39	31	23	16	8	1	-7	-15	-22	-29.7	1.4
39	32	24	17	9	1	-6	-14	-21	-29.0	1.5
40	32	25	17	10	2	-6	-13	-21	-28.3	1.6
41	33	26	18	10	3	-5	-12	-20	-27.5	1.7
41	34	26	19	11	4	-4	-12	-19	-26.8	1.8
42	35	27	19	12	4	-3	-11	-18	-26.0	1.9
43	35	28	20	12.6	5	-3	-10	-18	-25.3	2.0
44	36	29	21	13	6	-2	-9	-17	-24.6	2.1
44	37	29	22	14	7	-1	-9	-16	-23.8	2.2
45	38	30	22	15	7	0	-8	-15	-23.0	2.3
46	38	31	23	16	8	1	-7	-15	-22.2	2.4
47	39	32	24	17	9	1	-6	-14	-21.4	2.5
34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	

Tabelle 3, V—V<sub>35</sub><sup>0/00</sup>, 0°C. bei

Salz- gehalt	33.5 <sup>0/00</sup>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0/00</sup>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0/00</sup>
Temp. 0°C.											
2.5	129.9	122	115	107	100	92	85	77	70	62	54.4
2.6	130.7	123	116	108	101	93	85	78	70	63	55.2
2.7	131.5	124	116	109	101	94	86	79	71	64	56.0
2.8	132.3	125	117	110	102	95	87	79	72	64	56.8
2.9	133.1	126	118	110	103	95	88	80	73	65	57.6
3.0	134.0	126	119	111	104	96.3	89	81	74	66	58.5
3.1	134.8	127	120	112	105	97	90	82	74	67	59.4
3.2	135.7	128	121	113	106	98	90	83	75	68	60.3
3.3	136.6	129	122	114	106	99	91	84	76	69	61.2
3.4	137.5	130	122	115	107	100	92	85	77	70	62.1
3.5	138.5	131	123	116	108	101	93	86	78	71	63.0
3.6	139.4	132	124	117	109	102	94	87	79	71	63.9
3.7	140.3	133	125	118	110	103	95	88	80	72	64.9
3.8	141.3	134	126	119	111	104	96	88	81	73	65.8
3.9	142.2	135	127	120	112	105	97	89	82	74	66.8
4.0	143.2	136	128	121	113	105.5	98	90	83	75	67.8
4.1	144.1	137	129	122	114	106	99	91	84	76	68.8
4.2	145.1	138	130	123	115	107	100	92	85	77	69.8
4.3	146.1	139	131	124	116	108	101	93	86	78	70.8
4.4	147.0	139	132	124	117	109	102	94	87	79	71.8
4.5	148.0	140	133	125	118	110	103	95	88	80	72.8
4.6	149.0	141	134	126	119	111	104	96	89	81	73.9
4.7	150.0	142	135	127	120	112	105	97	90	82	74.9
4.8	151.1	144	136	129	121	114	106	99	91	84	76.0
4.9	152.1	145	137	130	122	115	107	100	92	85	77.1
5.0	153.2	146	138	131	123	115.7	108	101	93	86	78.2
5.1	154.3	147	139	132	124	117	109	102	94	87	79.3
5.2	155.4	148	140	133	125	118	110	103	95	88	80.4
5.3	156.5	149	142	134	127	119	112	104	97	89	81.6
5.4	157.6	150	143	135	128	120	113	105	98	90	82.7
5.5	158.7	151	144	136	129	121	114	106	99	91	83.8
5.6	159.9	152	145	137	130	122	115	107	100	92	84.9
5.7	161.0	154	146	139	131	124	116	109	101	94	86.1
5.8	162.1	155	147	140	132	125	117	110	102	95	87.3
5.9	163.3	156	148	141	133	126	118	111	103	96	88.5
6.0	164.5	157	150	142	135	127.1	120	112	105	97	89.7
6.1	165.7	158	151	143	136	128	121	113	106	98	90.9
6.2	166.9	159	152	144	137	130	122	115	107	100	92.2
6.3	168.1	161	153	146	138	131	123	116	108	101	93.4
6.4	169.3	162	154	147	139	132	124	117	110	102	94.6
6.5	170.5	163	156	148	141	133	126	118	111	103	95.9
6.6	171.7	164	157	149	142	134	127	120	112	105	97.2
6.7	173.0	166	158	151	143	136	128	121	113	106	98.4
6.8	174.3	167	159	152	144	137	130	122	115	107	99.7
6.9	175.6	168	161	153	146	138	131	123	116	108	101.0
7.0	176.9	169	162	155	147	139.6	132	125	117	110	102.3
7.1	178.2	171	163	156	148	141	133	126	119	111	103.6
7.2	179.5	172	165	157	150	142	135	127	120	112	104.9
7.3	180.8	173	166	158	151	144	136	129	121	114	106.3
7.4	182.1	175	167	160	152	145	137	130	123	115	107.7
7.5	183.5	176	169	161	154	146	139	131	124	117	109.1
	33.5 <sup>0/00</sup>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0/00</sup>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0/00</sup>

einer Atmosphäre Druck (Fortsetzung).

34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	
47	39	32	24	17	-9	1	-6	-14	-21.4	Temp. °C. 2.5
48	40	32	25	17	10	2	-5	-13	-20.5	2.6
48	41	33	26	18	11	3	-5	-12	-19.7	2.7
49	42	34	27	19	11	4	-4	-11	-18.8	2.8
50	43	35	27	20	12	5	-3	-10	-17.9	2.9
51	43	36	28	20.8	13	6	-2	-9	-17.0	3.0
52	44	37	29	22	14	7	-1	-9	-16.1	3.1
53	45	38	30	23	15	7	0	-8	-15.2	3.2
54	46	39	31	24	16	8	1	-7	-14.2	3.3
55	47	39	32	24	17	9	2	-6	-13.3	3.4
55	48	40	33	25	18	10	3	-5	-12.4	3.5
56	49	41	34	26	19	11	4	-4	-11.5	3.6
57	50	42	35	27	20	12	5	-3	-10.5	3.7
58	51	43	36	28	21	13	6	-2	-9.5	3.8
59	52	44	37	29	22	14	7	-1	-8.5	3.9
60	53	45	38	30.2	23	15	8	0	-7.5	4.0
61	54	46	39	31	24	16	9	1	-6.5	4.1
62	55	47	40	32	25	17	10	2	-5.5	4.2
63	56	48	41	33	26	18	11	3	-4.4	4.3
64	57	49	42	34	27	19	12	4	-3.3	4.4
65	58	50	43	35	28	20	13	5	-2.3	4.5
66	59	51	44	36	29	21	14	6	-1.2	4.6
67	60	52	45	37	30	22	15	7	-0.1	4.7
69	61	54	46	39	31	24	16	9	1.0	4.8
70	62	55	47	40	32	25	17	10	2.1	4.9
71	63	56	48	40.7	33	26	18	11	3.2	5.0
72	64	57	49	42	34	27	19	12	4.3	5.1
73	65	58	50	43	35	28	20	13	5.4	5.2
74	67	59	52	44	37	29	22	14	6.6	5.3
75	68	60	53	45	38	30	23	15	7.7	5.4
76	69	61	54	46	39	31	24	16	8.9	5.5
77	70	62	55	47	40	33	25	18	10.1	5.6
79	71	64	56	49	41	34	26	19	11.3	5.7
80	72	65	57	50	42	35	27	20	12.5	5.8
81	74	66	59	51	44	36	29	21	13.7	5.9
82	75	67	60	52.3	45	37	30	22	14.9	6.0
83	76	68	61	54	46	39	31	24	16.1	6.1
85	77	70	62	55	47	40	32	25	17.4	6.2
86	78	71	63	56	49	41	34	26	18.6	6.3
87	80	72	65	57	50	42	35	27	19.9	6.4
88	81	73	66	59	51	44	36	29	21.1	6.5
90	82	75	67	60	52	45	37	30	22.4	6.6
91	83	76	69	61	54	46	39	31	23.7	6.7
92	85	77	70	62	55	47	40	32	25.0	6.8
94	86	79	71	64	56	49	41	34	26.4	6.9
95	87	80	72	65.0	58	50	43	35	27.7	7.0
96	89	81	74	66	59	51	44	37	29.1	7.1
97	90	83	75	68	60	53	45	38	30.4	7.2
99	91	84	77	69	62	54	47	39	31.8	7.3
100	93	85	78	70	63	56	48	41	33.2	7.4
102	94	87	79	72	64	57	50	42	34.6	7.5
34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	

Tabelle 3, V—V<sub>35‰</sub>, °C. bei einer

Salz- gehalt	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>
Temp. °C.											
7.5	183.5	176	169	161	154	146	139	131	124	117	109.1
7.6	184.9	177	170	163	155	148	140	133	125	118	110.5
7.7	186.2	179	171	164	156	149	142	134	127	119	111.9
7.8	187.6	180	173	165	158	150	143	136	128	121	113.3
7.9	189.0	182	174	167	159	152	144	137	130	122	114.7
8.0	190.4	183	176	168	161	153.3	146	138	131	124	116.1
8.1	191.8	184	177	170	162	155	147	140	132	125	117.5
8.2	193.2	186	178	171	163	156	149	141	134	126	118.9
8.3	194.6	187	180	172	165	157	150	143	135	128	120.3
8.4	196.1	189	181	174	166	159	152	144	137	129	121.8
8.5	197.5	190	183	175	168	160	153	146	138	131	123.3
8.6	198.9	191	184	177	169	162	154	147	140	132	124.8
8.7	200.4	193	186	178	171	163	156	149	141	134	126.3
8.8	201.8	194	187	180	172	165	157	150	143	135	127.8
8.9	203.3	196	189	181	174	166	159	152	144	137	129.3
9.0	204.8	197	190	183	175	167.9	160	153	146	138	130.8
9.1	206.4	199	192	184	177	169	162	155	147	140	132.3
9.2	207.9	200	193	186	178	171	163	156	149	141	133.8
9.3	209.4	202	195	187	180	172	165	158	150	143	135.3
9.4	210.9	203	196	189	181	174	166	159	152	144	136.8
9.5	212.4	205	198	190	183	175	168	161	153	146	138.4
9.6	214.0	207	199	192	184	177	170	162	155	147	140.0
9.7	215.5	208	201	193	186	179	171	164	156	149	141.6
9.8	217.1	210	202	195	188	180	173	165	158	151	143.2
9.9	218.7	211	204	197	189	182	174	167	160	152	144.8
10.0	220.3	213	206	198	191	183.4	176	169	161	154	146.4
10.1	221.9	215	207	200	192	185	178	170	163	155	148.0
10.2	223.5	216	209	201	194	187	179	172	164	157	149.7
10.3	225.1	218	210	203	196	188	181	173	166	159	151.3
10.4	226.8	219	212	205	197	190	183	175	168	160	153.0
10.5	228.4	221	214	206	199	192	184	177	169	162	154.6
10.6	230.1	223	215	208	201	193	186	178	171	164	156.2
10.7	231.8	224	217	210	202	195	187	180	173	165	157.9
10.8	233.4	226	219	211	204	196	189	182	174	167	159.5
10.9	235.1	228	220	213	206	198	191	183	176	169	161.2
11.0	236.8	229	222	215	207	200.0	192	185	178	170	162.9
11.1	238.5	231	224	216	209	202	194	187	179	172	164.6
11.2	240.2	233	225	218	211	203	196	189	181	174	166.4
11.3	241.9	235	227	220	212	205	198	190	183	176	168.2
11.4	243.7	236	229	222	214	207	199	192	185	177	169.9
11.5	245.4	238	231	223	216	209	201	194	186	179	171.7
11.6	247.2	240	232	225	218	210	203	196	188	181	173.5
11.7	249.0	242	234	227	220	212	205	197	190	183	175.3
11.8	250.7	243	236	229	221	214	207	199	192	184	177.1
11.9	252.5	245	238	230	223	216	208	201	194	186	178.9
12.0	254.3	247	240	232	225	217.6	210	203	195	188	180.7
12.1	256.1	249	241	234	227	219	212	205	197	190	182.5
12.2	257.9	251	243	236	228	221	214	206	199	192	184.3
12.3	259.7	252	245	238	230	223	216	208	201	194	186.2
12.4	261.5	254	247	239	232	225	217	210	203	195	188.0
12.5	263.3	256	249	241	234	227	219	212	205	197	189.8
	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>

Atmosphäre Druck (Fortsetzung).

34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	
										Temp. °C.
102	94	87	79	72	64	57	50	42	34.6	7.5
103	96	88	81	73	66	58	51	43	36.0	7.6
104	97	90	82	75	67	60	52	45	37.4	7.7
106	98	91	84	76	69	61	54	46	38.8	7.8
107	100	92	85	77	70	63	55	48	40.2	7.9
109	101	94	86	78.8	71	64	57	49	41.6	8.0
110	103	95	88	80	73	65	58	51	43.1	8.1
111	104	97	89	82	74	67	59	52	44.5	8.2
113	105	98	91	83	76	68	61	53	46.0	8.3
114	107	100	92	85	77	70	62	55	47.5	8.4
116	108	101	94	86	79	71	64	56	49.0	8.5
117	110	103	95	88	80	73	65	58	50.5	8.6
119	111	104	97	89	82	74	67	59	52.0	8.7
120	113	106	98	91	83	76	68	61	53.5	8.8
122	114	107	100	92	85	77	70	62	55.0	8.9
123	116	109	101	93.7	86	79	71	64	56.5	9.0
125	117	110	103	95	88	80	73	65	58.0	9.1
126	119	112	104	97	89	82	74	67	59.6	9.2
128	120	113	106	98	91	83	76	69	61.2	9.3
129	122	115	107	100	92	85	78	70	62.8	9.4
131	124	116	109	101	94	87	79	72	64.4	9.5
133	125	118	110	103	96	88	81	73	66.0	9.6
134	127	119	112	105	97	90	82	75	67.6	9.7
136	128	121	114	106	99	91	84	77	69.2	9.8
137	130	123	115	108	100	93	86	78	70.8	9.9
139	132	124	117	109.4	102	95	87	80	72.4	10.0
141	133	126	118	111	104	96	89	81	74.0	10.1
142	135	127	120	113	105	98	90	83	75.6	10.2
144	137	129	122	114	107	100	92	85	77.3	10.3
146	138	131	123	116	109	101	94	86	79.0	10.4
147	140	132	125	118	110	103	95	88	80.6	10.5
149	141	134	127	119	112	104	97	90	82.3	10.6
151	143	136	128	121	114	106	99	91	84.0	10.7
152	145	137	130	123	115	108	101	93	85.8	10.8
154	146	139	132	124	117	110	102	95	87.5	10.9
156	148	141	133	126.1	119	111	104	97	89.2	11.0
157	150	143	135	128	120	113	106	98	91.0	11.1
159	152	144	137	130	122	115	108	100	92.8	11.2
161	153	146	139	131	124	117	109	102	94.5	11.3
163	155	148	140	133	126	118	111	104	96.3	11.4
164	157	150	142	135	127	120	113	105	98.0	11.5
166	159	151	144	137	129	122	115	107	99.8	11.6
168	161	153	146	138	131	124	116	109	101.6	11.7
170	162	155	148	140	133	126	118	111	103.5	11.8
172	164	157	149	142	135	127	120	113	105.3	11.9
173	166	159	151	144.0	137	129	122	114	107.1	12.0
175	168	160	153	146	138	131	124	116	108.9	12.1
177	170	162	155	148	140	133	126	118	110.8	12.2
179	171	164	157	149	142	135	127	120	112.6	12.3
181	173	166	159	151	144	137	129	122	114.5	12.4
182	175	168	160	153	146	138	131	124	116.3	12.5
34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	

Tabelle 3, V—V<sub>35</sub><sup>0</sup>/<sub>00</sub>, 0°C. bei einer

Salz- gehalt	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>
Temp. 0°C.											
12.5	263.3	256	249	241	234	227	219	212	205	197	189.8
12.6	265.1	258	250	243	236	228	221	214	206	199	191.6
12.7	266.9	260	252	245	238	230	223	216	208	201	193.5
12.8	268.8	261	254	247	239	232	225	217	210	203	195.4
12.9	270.7	263	256	249	241	234	227	219	212	205	197.3
13.0	272.6	265	258	251	243	235.9	229	221	214	207	199.2
13.1	274.5	267	260	252	245	238	230	223	216	208	201.1
13.2	276.4	269	262	254	247	240	232	225	218	210	203.0
13.3	278.3	271	264	256	249	242	234	227	220	212	204.9
13.4	280.2	273	266	258	251	244	236	229	222	214	206.9
13.5	282.2	275	268	260	253	246	238	231	224	216	208.9
13.6	284.1	277	269	262	255	248	240	233	226	218	210.9
13.7	286.1	279	271	264	257	250	242	235	228	220	212.9
13.8	288.1	281	273	266	259	251	244	237	229	222	214.8
13.9	290.0	283	275	268	261	253	246	239	231	224	216.8
14.0	292.0	285	277	270	263	255.4	248	241	233	226	218.8
14.1	294.0	287	279	272	265	258	250	243	235	228	220.8
14.2	296.0	289	281	274	267	260	252	245	237	230	222.8
14.3	298.0	291	283	276	269	262	254	247	239	232	224.8
14.4	300.0	293	285	278	271	264	256	249	241	234	226.8
14.5	302.0	295	287	280	273	266	258	251	243	236	228.8
14.6	304.0	297	289	282	275	268	260	253	246	238	230.9
14.7	306.0	299	291	284	277	270	262	255	248	240	232.9
14.8	308.1	301	293	286	279	272	264	257	250	242	235.0
14.9	310.1	303	295	288	281	274	266	259	252	244	237.0
15.0	312.2	305	298	290	283	275.7	268	261	254	246	239.1
	33.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	33.6	33.7	33.8	33.9	34.0 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	34.1	34.2	34.3	34.4	34.5 <sup>0</sup> / <sub>00</sub>

Die Tabelle 4 (S. 26) enthält die Korrektur wegen der Kompression als Funktion von Temperatur und Tiefe. Das Verhältnis zwischen Salzgehalt und Kompression wurde von TAIT nicht näher untersucht. Es ist sehr wünschenswert, dass die von TAIT gemachten Untersuchungen revidiert werden. Sobald dies gemacht wird, muss man die Tabelle 4 umrechnen.

## Atmosphäre Druck (Fortsetzung).

34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	
182	175	168	160	153	146	138	131	124	116.3	Temp. °C. 12.5
184	177	170	162	155	148	140	133	126	118.2	12.6
186	179	171	164	157	149	142	135	127	120.1	12.7
188	181	173	166	159	151	144	137	129	121.9	12.8
190	183	175	168	161	153	146	139	131	123.8	12.9
192	185	177	170	162.5	155	148	140	133	125.7	13.0
194	186	179	172	164	157	150	142	135	127.6	13.1
196	188	181	174	166	159	152	144	137	129.6	13.2
198	190	183	176	168	161	154	146	139	131.5	13.3
200	192	185	178	170	163	156	148	141	133.5	13.4
202	194	187	180	172	165	158	150	143	135.5	13.5
204	196	189	182	174	167	160	152	145	137.5	13.6
206	198	191	184	176	169	162	154	147	139.5	13.7
207	200	193	185	178	171	163	156	149	141.5	13.8
209	202	195	187	180	173	165	158	151	143.5	13.9
211	204	197	189	182.1	175	167	160	153	145.5	14.0
213	206	199	191	184	177	169	162	155	147.5	14.1
215	208	201	193	186	179	171	164	157	149.5	14.2
217	210	203	195	188	181	173	166	159	151.5	14.3
219	212	205	197	190	183	175	168	161	153.5	14.4
221	214	207	200	192	185	178	170	163	155.6	14.5
224	216	209	202	194	187	180	172	165	157.6	14.6
226	218	211	204	196	189	182	174	167	159.7	14.7
228	220	213	206	198	191	184	176	169	161.7	14.8
230	222	215	208	200	193	186	178	171	163.8	14.9
232	224	217	210	202.5	195	188	181	173	165.9	15.0
34.6	34.7	34.8	34.9	35.0 <sup>0/00</sup>	35.1	35.2	35.3	35.4	35.5 <sup>0/00</sup>	

Sie enthält zwar das, was man jetzt über die Kompressibilität des Meerwassers weiss; kann aber, was die Genauigkeit anbelangt, bei weitem nicht den KNUDSEN'schen Tabellen gleichgestellt werden. Die Tabelle 3 dagegen, welche von den KNUDSEN'schen Tabellen und Formeln direkt abgeleitet ist, kann als endgiltig betrachtet werden.

Tabelle 4.

Korrektion zu den Werten der Tabelle 3 für die Kompression.

Tiefe m.	Temperatur Cels.																	
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	-1	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
200	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7
300	-2	-1	0	1	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10
400	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
500	-3	-2	0	1	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
600	-4	-2	0	2	3	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	19	20
700	-4	-2	0	2	4	6	8	9	11	13	14	16	17	18	20	21	22	23
800	-5	-2	0	2	5	7	9	11	13	14	16	18	19	21	22	24	25	26
900	-5	-3	0	3	5	7	10	12	14	16	18	20	22	24	25	27	28	30
1000	-6	-3	0	3	6	8	11	13	16	18	20	22						
1100	-6	-3	0	3	6	9	12	14	17	20	22							
1200	-7	-4	0	3	7	10	13	16	19	21								
1300	-8	-4	0	4	7	11	14	17	20									
1400	-8	-4	0	4	8	11	15	18										
1500	-9	-4	0	4	8	12	16	20										
1600	-9	-5	0	4	9	13	17											
1700	-10	-5	0	5	10	14	18											
1800	-11	-5	0	5	10	15												
1900	-11	-6	0	5	10	15												
2000	-12	-6	0	6	11	16												
2500	-15	-7	0	7	14	20												
3000	-17	-9	0	8	16	24												

Mit Hilfe der Tabellen 3 und 4 kann man  $v-v_{35\%_{00},0^\circ}$  für das Oceanwasser berechnen. In den **Binnenmeeren**, wo der Salzgehalt grossen Schwankungen unterworfen ist, hat man die Tabellen 5, 6 und 7 zu benützen. Die Tabelle 5 giebt  $v-v_{35\%_{00},0^\circ}$  bei  $0^\circ$  Cels. und einer Atmosphäre Druck als Funktion des Salzgehaltes, und die Tabellen 6 und 7 enthalten die Korrekturen, welche für die Temperatur bezw. Kompression hinzuzufügen sind.

In den **Binnenseen** hängt das spezifische Volumen nur von Temperatur und Druck ab. Die spezifischen Volumina dürfen hier nicht auf  $v_{35\%_{00},0^\circ}$  sondern auf  $v_{i^\circ}$  bezogen werden. Anstatt der Formeln (23) und (24) schreiben wir dann

$$E_t = \int_{p_0}^{p_1} v_{i^\circ} dp \dots \dots \dots (25)$$

$$E - E_t = \int_{p_0}^{p_1} (v - v_{i^\circ}) dp \dots \dots \dots (26)$$

Tabelle 5.

V—V<sub>35<sup>0</sup>/100, 0°C. bei 0°C und einer Atmosphäre Druck.</sub>

S <sup>0</sup> /100	Zehntel pro mille									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.	2582 <sub>5</sub>	2574	2566	2558	2550	2542	2534	2526	2518	2510
3.	2501 <sub>5</sub>	2493	2485	2477	2469	2461	2453	2445	2437	2429
4.	2420 <sub>8</sub>	2413	2405	2397	2389	2381	2372	2364	2356	2348
5.	2340 <sub>3</sub>	2332	2324	2316	2308	2300	2292	2284	2276	2268
6.	2259 <sub>0</sub>	2252	2244	2236	2228	2220	2212	2204	2196	2188
7.	2179 <sub>8</sub>	2172	2164	2156	2148	2140	2132	2124	2116	2108
8.	2099 <sub>0</sub>	2092	2084	2076	2068	2060	2052	2044	2036	2028
9.	2020 <sub>2</sub>	2012	2004	1996	1988	1980	1972	1965	1957	1949
10.	1940 <sub>7</sub>	1933	1925	1917	1909	1901	1893	1885	1877	1869
11.	1861 <sub>3</sub>	1853	1845	1838	1830	1822	1814	1806	1798	1790
12.	1782 <sub>1</sub>	1774	1766	1758	1751	1743	1735	1727	1719	1711
13.	1703 <sub>1</sub>	1695	1687	1679	1672	1664	1656	1648	1640	1632
14.	1624 <sub>3</sub>	1616	1609	1601	1593	1585	1577	1569	1561	1553
15.	1545 <sub>6</sub>	1538	1530	1522	1514	1506	1499	1491	1483	1475
16.	1467 <sub>1</sub>	1459	1451	1444	1436	1428	1420	1412	1404	1397
17.	1388 <sub>7</sub>	1381	1373	1365	1357	1350	1342	1334	1326	1318
18.	1310 <sub>5</sub>	1303	1295	1287	1279	1272	1264	1256	1248	1240
19.	1232 <sub>5</sub>	1225	1217	1209	1201	1194	1186	1178	1170	1162
20.	1154 <sub>6</sub>	1147	1139	1131	1123	1116	1108	1100	1092	1085
21.	1076 <sub>8</sub>	1069	1061	1053	1046	1038	1030	1022	1015	1007
22.	999 <sub>1</sub>	991	984	976	968	960	953	945	937	929
23.	921 <sub>6</sub>	914	906	898	891	883	875	867	860	852
24.	844 <sub>2</sub>	836	829	821	813	806	798	790	782	775
25.	766 <sub>9</sub>	759	751	744	736	728	721	713	705	697
26.	689 <sub>8</sub>	682	674	667	659	651	644	636	628	620
27.	612 <sub>8</sub>	605	597	590	582	574	567	559	551	544
28.	535 <sub>8</sub>	528	520	513	505	497	490	482	474	467
29.	459 <sub>0</sub>	451	444	436	428	421	413	405	398	390
30.	382 <sub>3</sub>	375	367	359	352	344	336	329	321	313
31.	305 <sub>6</sub>	298	290	283	275	267	260	252	244	237
32.	229 <sub>1</sub>	221	214	206	198	191	183	176	168	160
33.	152 <sub>6</sub>	145	137	130	122	114	107	99	92	84
34.	76 <sub>3</sub>	69	61	53	46	38	31	23	15	8
35.	0	—8	—15	—23	—31	—38	—46	—53	—61	—69

Die Tabelle 8 enthält  $\rho_s$ ,  $v_s$  und  $E_1$  längs einer Vertikalen, wo nur Süßwasser von 4° Cels. vorkommt, die Tabelle 9 giebt  $v-v_s$  bei einer Atmosphäre Druck als Funktion der Temperatur, und die Tabelle 10 liefert die Druck-Korrektion zu  $v-v_s$ .

Tabelle 6.

Korrektion zu den Werten der Tabelle 5 für die Temperatur.

S <sup>0</sup> / <sub>00</sub>	Temperatur Cels.																	
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	16	7	0	-5	-9	-10	-10	-9	-6	-1	5	12	20	31	42	54	68	83
3	15	7	0	-5	-8	-9	-9	-7	-4	1	7	15	24	34	45	58	72	87
4	14	6	0	-4	-7	-8	-7	-5	-2	3	10	18	27	37	49	62	76	91
5	13	6	0	-4	-6	-7	-6	-4	0	6	12	20	30	40	52	66	80	95
6	12	5	0	-4	-6	-6	-5	-2	2	8	15	23	33	44	56	69	84	99
7	12	5	0	-3	-5	-5	-3	0	4	10	17	26	36	47	59	73	87	103
8	11	4	0	-3	-4	-4	-2	1	6	12	19	28	39	50	62	76	91	107
9	10	4	0	-3	-3	-3	-1	3	8	14	22	31	42	53	65	80	95	111
10	9	4	0	-2	-3	-2	1	5	10	17	24	34	44	56	69	83	99	115
11	9	3	0	-2	-2	-1	2	6	12	19	27	36	47	59	72	87	102	119
12	8	3	0	-2	-1	0	3	8	14	21	29	39	50	62	75	90	106	123
13	7	3	0	-1	-1	1	5	9	16	23	32	42	53	65	79	94	110	126
14	6	2	0	-1	0	2	6	11	17	25	34	44	56	68	82	97	113	130
15	6	2	0	-1	1	3	8	13	19	27	37	47	59	71	85	101	117	134
16	5	2	0	0	1	4	9	14	21	29	39	50	61	74	89	104	120	138
17	4	1	0	0	2	5	10	16	23	31	41	52	64	77	92	107	124	141
18	4	1	0	1	3	6	11	17	25	33	43	55	67	80	95	111	127	145
19	3	1	0	1	3	7	12	19	26	35	46	57	69	83	98	114	131	149
20	2	0	0	1	4	8	13	20	28	37	48	60	72	86	101	117	134	152
21	1	0	0	2	5	9	15	22	30	39	50	62	75	89	104	120	138	156
22	1	0	0	2	5	10	16	23	31	41	52	64	77	92	107	123	141	159
23	0	-1	0	2	6	11	17	24	33	43	54	67	80	94	110	127	144	163
24	-1	-1	0	2	6	12	18	26	35	45	56	69	83	97	113	130	147	166
25	-1	-1	0	3	7	12	19	27	37	47	59	71	85	100	116	133	151	170
26	-2	-2	0	3	7	13	20	29	38	49	61	74	88	103	119	136	154	173
27	-2	-2	0	3	8	14	21	30	40	51	63	76	90	105	121	139	157	176
28	-3	-2	0	4	9	15	23	31	41	52	65	78	93	108	124	142	160	180
29	-4	-3	0	4	9	16	24	33	43	54	67	81	95	111	127	145	164	183
30	-4	-3	0	4	10	17	25	34	45	56	69	83	98	113	130	148	167	186
31	-5	-3	0	5	10	17	26	35	46	58	71	85	100	116	133	151	170	190
32	-6	-4	0	5	11	18	27	37	48	60	73	87	102	118	136	154	173	193
33	-6	-4	0	5	11	19	28	38	49	61	75	89	105	121	138	157	176	196
34	-7	-4	0	5	12	20	29	39	51	63	77	92	107	123	141	160	179	199
35	-7	-4	0	6	13	21	30	41	52	65	79	94	109	126	144	163	182	203

Tabelle 7.

Korrektion zu den Werten der Tabelle 5 für die Kompression.

Tiefe m.	Temperatur in Cels.																	
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	-1	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4
200	-1	-1	0	1	1	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8
300	-2	-1	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	12
400	-3	-1	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
500	-3	-2	0	2	3	5	6	8	9	10	11	13	14	15	16	17	19	20
600	-4	-2	0	2	4	6	8	9	11	12	14	15	16	18	19	21	22	24
700	-5	-2	0	2	4	7	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	
800	-5	-3	0	3	5	8	10	12	14	16	18	20	22	24	25	27		
900	-6	-3	0	3	6	9	11	14	16	18	20	22	25	27	29			
1000	-7	-3	0	3	6	9	13	15	18	20	22	25	27	30				
1200	-8	-4	0	4	8	11	15	18	21	24	27	30	33					
1500	-10	-5	0	5	9	14	19	22	26	30	33	37						
2000	-13	-6	0	6	12	19	25	30	34	39	44							

Tabelle 8.

Dichte, spezifisches Volumen und Werte der Grösse  $E_1$  längs einer Vertikalen, wo nur Süßwasser von 4°C vorkommt.

Tiefe m.	$\rho_4^\circ$	$V_4^\circ$	$E_1$
0	1,000 000	100 000,0	0
10	1,000 049	99 995,1	999 976
20	1,000 097	99 990,3	1 999 900
30	1,000 146	99 985,4	2 999 780
40	1,000 194	99 980,6	3 999 610
50	1,000 243	99 975,7	4 999 390
60	1,000 291	99 970,9	5 999 120
80	1,000 388	99 961,2	7 998 450
100	1,000 485	99 951,5	9 997 570
120	1 000 582	99 941,8	11 996 500
150	1,000 728	99 927,3	14 994 500
200	1,000 969	99 903,2	19 990 300
250	1,001 210	99 879,1	24 984 900
300	1,001 451	99 855,1	29 978 200
350	1,001 693	99 831,0	34 970 400
400	1,001 934	99 807,0	39 961 300
450	1,002 174	99 783,1	44 951 100
500	1,002 414	99 759,2	49 939 600
600	1,002 892	99 711,6	59 913 200
700	1,003 370	99 664,1	69 882 000
800	1,003 847	99 616,8	79 846 000
900	1,004 323	99 569,6	89 805 300
1000	1,004 797	99 522,6	99 759 900
1200	1,005 742	99 429,1	119 655 000
1500	1,007 150	99 290,1	149 463 000
2000	1,009 474	99 061,5	199 051 000

Tabelle 9.

V—V<sub>s</sub>° bei einer Atmosphäre Druck.

Tempera- tur. Cels.	Zehntelgrade									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	12.9	13	12	11	11	10	10	9	8	8
1	7.2	7	6	6	6	5	5	4	4	4
2	3.1	3	3	2	2	2	2	2	1	1
3	0.9	1	1	1	1	0	0	0	0	0
4	0.0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
5	1.0	1	1	2	2	2	2	2	3	3
6	3.0	3	4	4	4	5	5	6	6	6
7	6.7	7	8	8	9	9	10	10	10	11
8	11.4	12	13	13	14	14	15	16	16	17
9	17.6	18	19	20	21	21	22	23	24	25
10	25.3	26	27	28	29	30	31	32	33	34
11	34.5	36	37	38	39	40	41	42	43	44
12	45.1	46	47	49	50	51	52	53	55	56
13	57.0	58	60	61	62	64	65	66	67	69
14	70.1	71	73	74	76	77	78	80	81	83
15	84.1	86	87	89	90	92	94	95	97	98
16	99.9	102	103	105	106	108	110	111	113	114
17	116.0	118	120	122	124	125	127	129	131	133
18	134.8	137	139	141	143	144	146	148	150	152
19	154.2	156	158	160	162	164	166	168	170	172
20	174.4	177	179	181	183	185	187	189	191	194
21	195.7	198	200	202	204	207	209	211	213	215
22	217.7	220	222	225	227	229	231	234	236	238
23	240.5	243	245	248	250	252	255	257	259	262
24	264.1	267	269	272	274	276	279	281	284	286
25	288.8	291	294	296	299	302	304	307	309	312
26	314.4	317	320	322	325	328	330	333	336	338
27	340.8	344	346	349	352	354	357	360	363	365
28	368.2	371	374	377	380	382	385	388	391	394
29	396.5	399	402	405	408	411	414	417	420	423

Mit Hilfe dieser Tabellen wird man die Werte der Grössen  $v - v_{35\%_{00}, 0^\circ}$  oder  $v - v_s^\circ$  in den allermeisten Fällen berechnen können, und in den extremen Fällen, wo die Tabellen nicht ausreichen, wird man sich durch kleine Extrapolationen helfen können. Nachdem diese Werte für eine hydrographische Station berechnet sind, sollen sie nach der Formel (24) oder (26) integriert werden. Dies wird am einfachsten nach Intervallen gemacht, indem man mittlere Werte der Grössen  $v - v_{35\%_{00}, 0^\circ}$  oder  $v - v_s^\circ$  bildet und diese mit dem Druckunterschiede multiplicirt. Wenn wir die mittleren Werte mit  $(v - v_{35\%_{00}, 0^\circ})_m$  und  $(v - v_s^\circ)_m$  bezeichnen, so ist nämlich nach (24) für Salzwasser

Tabelle 10.

Korrektion zu den Werten der Tabelle 9 für die Kompression.

Temp. Cels.	Tiefe in m.													
	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1200	1500	2000
0	0	-1	-3	-4	-6	-7	-8	-10	-11	-13	-14	-17	-21	-28
1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-11	-13	-16	-21
2	0	-1	-1	-2	-3	-3	-4	-5	-6	-6	-7	-8	-10	-14
3	0	0	-1	-1	-1	-2	-2	-3	-3	-3	-4	-5	-7	-7
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	5	6
6	0	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	9	12
7	0	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	11	14	18
8	0	1	3	4	5	6	8	9	10	11	12	15	18	24
9	0	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	19	23	30
10	0	2	4	6	8	10	12	14	15	17	19	23		
11	0	2	5	7	9	11	14	16	18	20				
12	0	3	5	8	11	13	16	18						
13	0	3	6	9	12	15	18							
14	0	3	6	10	13	16								
15	0	4	7	11	15									
16	0	4	8	11										
17	0	4	8											
18	0	4	9											
19	0	5	9											
20	0	5												
21	0	5												
22	0	5												
23	0	6												
24	0	6												
25	0	6												
26	0	6												
27	0	7												
28	0	7												
29	0	7												

$$E - E_0 = (v - v_{35^{\circ}/_{100}, 0^{\circ}})_m (p_1 - p_0) \dots \dots \dots (27)$$

und nach (26) für Süßwasser

$$E - E_1 = (v - v_s)_m (p_1 - p_0) \dots \dots \dots (28)$$

Der Druckunterschied  $p_1 - p_0$  ist infolge der vorher gemachten Auseinandersetzungen einfach gleich dem entsprechenden Tiefenunterschiede in m. Bei der Berechnung der Grössen  $(v - v_{35^{\circ}/_{100}, 0^{\circ}})_m$  oder  $(v - v_s)_m$  genügt es im Allgemeinen arithmetische Mittel zu bilden, weil  $v - v_{35^{\circ}/_{100}, 0^{\circ}}$  oder  $v - v_s$  mit der Tiefe wenig variiren. Die Integration wird demnach keine mühsame Operation sein. Als Beispiel für die Berechnung der Grösse  $E - E_0$  wählen wir die von „Heimdal“ am 9. Mai 1901 ausgeführte hydrographische Station No. 10 Lat. N.  $64^{\circ} 8'$ , Long. W.  $4^{\circ} 52'$ . Die

Tabelle 11 enthält zunächst die Tiefen, Salzgehalte und Temperaturen, dann die Werte aus den Tabellen 3 und 4 und die daraus durch Addition gebildeten Werte für  $v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}}$ . Die siebente Kolonne enthält  $(v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}})_m$  und diese Zahlen sind, wie man sieht, einfach arithmetische Mittel je zweier der Grössen  $v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}}$ . Wenn man  $(v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}})_m$  mit dem entsprechenden Tiefenunterschied in m. multiplicirt, so bekommt man  $(v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}})_m (p_1 - p_0)$ , d. h.  $E - E_0$  für jedes Intervall. Diese Grösse ist in der zweitletzten Kolonne enthalten. Durch Addition dieser Beträge bekommt man schliesslich die Grösse  $E - E_0$  von der Meeresoberfläche zu den verschiedenen Tiefen. Die letzte Kolonne enthält diese Grösse.

Tabelle 11.

Schema für die dynamische Bearbeitung der Beobachtungsergebnisse an einer hydrographischen Station „Heimdal“ Mai 1901 No. 10  
Lat. N. 64° 8' Long. W. 4° 52'

Tiefe	Salz- gehalt	Temp.	Werte aus Ta- belle 3	Werte aus Ta- belle 4	$v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}}$	$(v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}})_m$	$(v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}})_m$ ( $p-p_0$ )	$E-E_0$
0	35.08	7.0	59	0	59			0
10	35.07	6.32	52	0	52	55.5	555	555
25	34.98	4.29	35	0	35	43.5	652	1 207
50	34.96	3.47	28	0	28	31	775	1 982
75	34.93	3.06	27	+1	28	28	700	2 682
100	34.92	2.95	26	+1	27	27.5	688	3 370
125	34.93	2.94	25	+1	26	26.5	662	4 032
150	34.93	2.90	25	+1	26	26	650	4 682
200	34.93	2.87	24	+2	26	26	1 300	5 982
300	34.89	2.13	22	+2	24	25	2 500	8 482
400	34.90	1.62	17	+2	19	21.5	2 150	10 632

Die Werte der Grössen  $E - E_0$  und  $v-v_{35\%_{00}, 0^{\circ}}$  werden zweckmässig in Schnitten eingetragen. Fig. 4 zeigt einen solchen Schnitt. Hier befindet sich u. a. die eben behandelte Station „Heimdal“, No. 10, Mai 1901. Um nun die Anzahl der Solenoide zu finden, welche von einer aus zwei Horizontalen und zwei Vertikalen in diesem Schnitte zusammengesetzten Kurve umschlossen werden, hat man nach (22) die Differenz

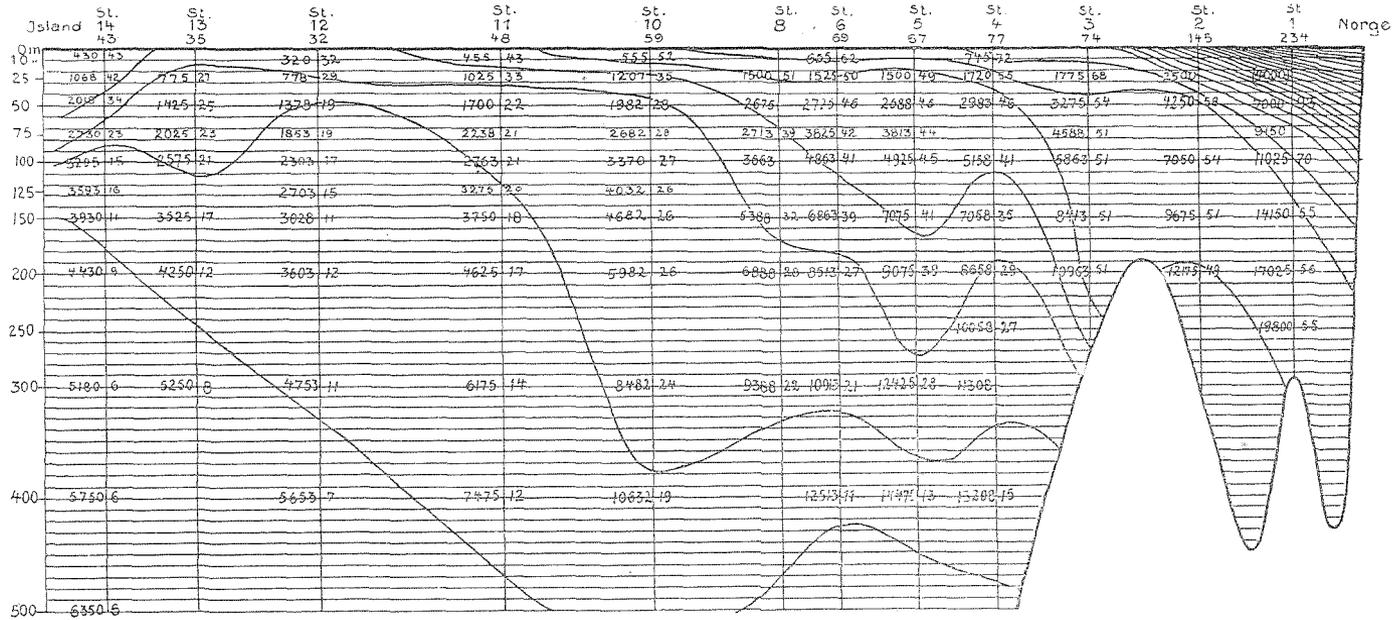


Fig. 4.

Beispiel für die dynamische Bearbeitung eines hydrographischen Schnittes. („Heimdals", Maj 1901, Bergen—Island).

der Werte der Grösse  $E - E_0$  für die beiden Vertikalen zu bilden. Dies wird besonders leicht für solche Kurven ausgeführt, deren eine Horizontale mit der Meeresoberfläche zusammenfällt, weil alle  $E - E_0$ -Werte in Fig. 4 auf die Meeresoberfläche als Nullfläche bezogen sind. Wir betrachten z. B. die geschlossene Kurve, welche aus Horizontalen an der Meeresoberfläche und in 400 m. Tiefe, und Vertikalen an den Stationen 4 und 14 zusammengesetzt ist. Für die Vertikale an der Station 4 beträgt  $E - E_0$  infolge Fig. 4 13 208 und für die Vertikale an der Station 14 5 750. Die Differenz der beiden Zahlen beträgt 7 458. Es giebt also 7 458 egs-Solenoiden innerhalb der jetzt betrachteten geschlossenen Kurve. Um zu sehen, wie man die Anzahl der Solenoiden finden kann, wenn die beiden Horizontalen unterhalb der Meeresoberfläche liegen, betrachten wir die geschlossene Kurve, welche aus Horizontalen in 200 und in 400 m. Tiefe und Vertikalen an den Stationen 10 und 12 zusammengesetzt ist. Für die Vertikale an der Station 10 ist  $E - E_0 = 10\ 632 \div 5\ 982 = 4\ 650$ , und für die Vertikale an der Station 12 ist  $E - E_0 = 5\ 653 \div 3\ 603 = 2\ 050$ . Die Differenz der beiden  $E - E_0$ -Werte beträgt  $4\ 650 \div 2\ 050 = 2\ 600$ . Es giebt also 2 600 egs-Solenoiden innerhalb dieser Kurve. Die Zahl 2 600 ist aus den Zahlen an den vier Eckpunkten der Kurve durch die folgende Rechnung abgeleitet

$$(10\ 632 - 5\ 982) - (5\ 653 - 3\ 603) = 2\ 600.$$

Diese Zahlen können folgendermassen umgruppiert werden

$$(10\ 632 + 3\ 603) - (5\ 653 + 5\ 982) = 2\ 600$$

d. h. man findet die Anzahl der Solenoiden, wenn man zunächst diagonal addirt und dann die Differenz der Summen bildet.

Der Sinn der von den Solenoiden hervorgerufenen Cirkulationsbeschleunigung lässt sich aus den Werten der Grösse  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C}}$  beurteilen. Wenn man nämlich die Zahlen in demselben Niveau unter einander vergleicht, so hat man die einfache Regel, dass das Wasser dort aufwärts getrieben wird, wo  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C}}$  gross ist, und da abwärts getrieben wird, wo dieser Wert klein ist. Sehr deutlich geht dies hervor, wenn man Linien gleicher  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C}}$ -Werte in Schnitten einträgt. Die krummen Linien in Fig. 4 sind solche Linien. Die Solenoiden suchen das Wasser so zu bewegen, dass diese Linien horizontal werden. Wo diese Linien ihre tiefsten Lagen haben, wird also das Wasser am kräftigsten aufwärts getrieben, und wo sie ihre höchsten Lagen haben, wird das Wasser am kräftigsten abwärts getrieben.

Die oben gemachten Auseinandersetzungen haben gezeigt, dass man bei der Berechnung der Anzahl der Solenoide eben so gut mit der Grösse  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$  wie mit dem spezifischen Volumen  $v$  rechnen kann. Die Linien gleicher  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$ -Werte spielen folglich bei dieser Berechnung dieselbe Rolle, wie die Linien gleicher  $v$ -Werte, die Isosteren. Werden also in Fig. 4 die Linien gleicher  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$ -Werte für jede Einheit der Grösse  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$  und die isobaren Linien für jeden Meter Tiefe gezeichnet, so umschliesst von den parallelogramförmigen Figuren, welche durch Schneiden der beiden Liniensysteme gebildet werden, eine jede ein Solenoid. In der Fig. 4 sind aber die Linien nicht so dicht aneinander gezogen. Die Linien gleicher  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$ -Werte sind nur für je 10 Einheiten der Grösse  $v - v_{35\%_{00}, 0^{\circ}\text{C.}}$  und die Isobaren nur für je 10 Meter Tiefe gezeichnet. Jeder der parallelogramförmigen Figuren, welche durch das Schneiden dieser beiden Liniensysteme gebildet werden umschliesst dann 100 Solenoide. Wenn man nun eine beliebige geschlossene Kurve in der Fig. 4 einzeichnet, so kann man sehr leicht die Anzahl der Solenoide finden, welche von dieser Kurve umschlossen werden. Man zählt die parallelogramförmigen Figuren innerhalb der Kurve und multiplicirt die Anzahl derselben mit 100.

Prof. NANSEN hat eine Formel gegeben, welche gestattet, die Anzahl der Solenoide innerhalb einer aus zwei Isobaren und zwei Vertikalen zusammengesetzten Kurve zu berechnen, wenn man die Dichte des Wassers in den beiden Vertikalen kennt.<sup>1)</sup> Wir bezeichnen mit  $G$  die Beschleunigung der Schwerkraft, mit  $h$  die Länge der Vertikalen, und mit  $q_1$  bzw.  $q_2$  die durchschnittliche Dichte des Wassers in den beiden Vertikalen. Es sei weiter  $q_1 < q_2$ . Dann ist

$$A = h \left( \frac{q_2}{q_1} - 1 \right) G.$$

Diese Formel lässt sich aus der Formel (19) mit Benützung der Differentialbeziehung zwischen Druck und Tiefe

$$dp = Gq \, dh$$

ableiten. In den Fällen, wo die Dichte bekannt ist, ist sie für die Berechnung der Anzahl der Solenoide sehr geeignet.

<sup>1)</sup> FRIDTJOF NANSEN: The Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. *Oceanography of the North Polar Basin.* p. 355.

## 2. Berechnung der von der Erddrehung hervorgerufenen Cirkulationsbeschleunigung.

Die von der Erddrehung hervorgerufene Cirkulationsbeschleunigung einer geschlossenen aus Wasserpartikeln zusammengesetzten Kurve beträgt nach (15)  $2\omega \frac{dS}{dt}$ , wobei  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde und  $\frac{dS}{dt}$  die Veränderung des Flächeninhaltes  $S$  der Projektion der geschlossenen Kurve auf bei Aequatorebene bedeutet. Um  $\frac{dS}{dt}$  aus den beobachteten Geschwindigkeiten des Meerwassers zu berechnen, muss man zunächst die geschlossene Kurve auf die Aequatorebene projiciren. Längs der projicirten Kurve sollen die Normalkomponenten der projicirten Geschwindigkeiten integrirt werden. Es ist einleuchtend, dass die Veränderung des Flächeninhaltes nur von den Normalkomponenten herrührt und dass die Tangentialkomponenten keinen Beitrag zu der Veränderung liefern. Man findet den Einfluss der Erddrehung auf die Cirkulation der Kurve, wenn man die in dieser Weise berechnete Grösse  $\frac{dS}{dt}$  mit  $2\omega$  multiplicirt.

In den meisten Fällen ist die vertikale Geschwindigkeit des Meerwassers so klein, dass sie gegen die horizontale vernachlässigt werden kann. Dabei vereinfacht sich die Rechnung beträchtlich. Man berechnet zunächst die Veränderung  $\frac{d\sigma}{dt}$  der Projektion der geschlossenen Kurve auf das Meeresniveau und multiplicirt sie mit dem sinus der geographischen Breite  $\lambda$  und mit  $2\omega$ . Es ist nämlich

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \sin \lambda$$

und also der Einfluss der Erddrehung auf die Cirkulation

$$2\omega \frac{dS}{dt} = 2\omega \frac{d\sigma}{dt} \sin \lambda \dots \dots (29)$$

Die Grösse  $\frac{d\sigma}{dt}$  wird zweckmässig in qm. pro Sekunde d. h. in  $10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$  angegeben. Um den ganzen Ausdruck in egs-Einheiten zu haben, müssen wir dann  $2\omega$  in  $10^{-4} \frac{1}{\text{sek}}$  - Einheiten ausdrücken. Nun ist

$2\omega = 0.0001458 \frac{1}{\text{sek}} = 1.458 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{sek}}$ . Die Gleichung (29) lautet danach

$$2\omega \frac{dS}{dt} = 1.458 \frac{d\sigma}{dt} \sin\lambda \dots \dots (30)$$

Die Tabelle 12 enthält  $1.458 \sin \lambda$  für jeden ganzen Grad geographischer Breite.

Tabelle 12.

1.458 sin $\lambda$ .

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0.026	0.051	0.076	0.102	0.127	0.152	0.178	0.203	0.228
10	0.253	0.278	0.303	0.328	0.353	0.377	0.402	0.426	0.451	0.475
20	0.499	0.523	0.546	0.570	0.593	0.616	0.639	0.662	0.685	0.707
30	0.729	0.751	0.773	0.794	0.815	0.836	0.857	0.878	0.898	0.918
40	0.937	0.957	0.976	0.995	1.013	1.031	1.049	1.067	1.084	1.101
50	1.117	1.133	1.149	1.165	1.180	1.195	1.209	1.223	1.237	1.250
60	1.263	1.275	1.287	1.299	1.311	1.322	1.332	1.342	1.352	1.361
70	1.370	1.379	1.387	1.395	1.402	1.409	1.415	1.421	1.426	1.431
80	1.436	1.440	1.444	1.447	1.450	1.453	1.455	1.456	1.457	1.458

Um ein Beispiel für die Berechnung der Grösse  $2\omega \frac{dS}{dt}$  zu erhalten, nehmen wir an, dass das Wasser zwischen den Stationen 10 und 11, „Heimdall“ Mai 1901, an der Meeresoberfläche  $6.4 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$  und in 200 m. Tiefe  $5.1 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$  nordwärts geführt wurde. Die Projektion auf das Meeresniveau der geschlossenen Kurve, welche aus Vertikalen an den Stationen 10 und 11, und Horizontalen an der Meeresoberfläche und in 200 m. Tiefe zusammengesetzt ist, hat im Anfangs Augenblicke keinen Flächeninhalt. Nach einer Sekunde ist die Projektion ein Rechteck, dessen Länge gleich der Entfernung 90000 m. der beiden Stationen ist und dessen Breite  $6.4 - 5.1$  d. h.  $1.3$  cm. beträgt. Der Flächeninhalt dieses Rechtecks beträgt 1170 qm. Die Projektion der geschlossenen Kurve auf das Meeresniveau ist also in einer Sekunde um 1170 qm. gewachsen, d. h.  $\frac{d\sigma}{dt}$  beträgt  $1170 \frac{\text{m}^2}{\text{sek}}$ . Diese Grösse soll nun nach (30) mit  $1.458 \sin \lambda$  multiplicirt werden.  $\lambda$  beträgt in diesem Falle  $64^\circ 35'$  und die Tabelle 12 giebt daher  $1.458 \sin \lambda = 1.317$ . Die von der Erddrehung hervorge-

rufene Cirkulationsbeschleunigung beträgt also nach den hier gemachten Voraussetzungen  $1.317 \cdot 1170 = 1540 \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$ .

Wenn man die bei den theoretischen Auseinandersetzungen gegebenen Regeln über den Sinn der von der Erddrehung erzeugten Cirkulationsbeschleunigung auf das hier behandelte Beispiel anwendet, so findet man, dass das Wasser an der Station 10 abwärts und an der Station 11 aufwärts getrieben wird.

Die Geschwindigkeitsmessungen, welche als Grundlage der Berechnung von  $2\omega \frac{dS}{dt}$  dienen sollen, müssen mit ausserordentlicher Sorgfalt ausgeführt werden. Wenn wir z. B. in 200 m. Tiefe die Geschwindigkeit

$5.0 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  anstatt  $5.1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  annehmen, und die Rechnung sonst in der

obigen Weise ausführen, so wird  $2\omega \frac{dS}{dt} = 1659 \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$  anstatt  $1540 \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$ .

Ein Fehler in der Geschwindigkeit von  $0.1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  macht also in diesem Falle

einen Fehler in der Cirkulationsbeschleunigung von  $119 \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$ .

### 3. Berechnung der von der Reibung hervorgerufenen Cirkulationsbeschleunigung R.

Bei der Berechnung der Grösse R wählt man zweckmässig stationäre Fälle aus. Dabei ist die Cirkulation aller geschlossenen Kurven konstant und folglich  $\frac{dC_r}{dt} = 0$ . Die Gleichung (15) geht somit in die folgende über

$$0 = A - 2\omega \frac{dS}{dt} - R$$

Wenn man A und  $2\omega \frac{dS}{dt}$  in der vorher beschriebenen Weise berechnet, so wird R durch diese Gleichung in bekannten Grössen angegeben. Als Beispiel betrachten wir wieder die aus Vertikalen an den Stationen 10 und 11, „Heimdal“ Mai 1901, und Horizontalen an der Meeresoberfläche und in 200 m. Tiefe zusammengesetzten Kurve. Für diese Kurve beträgt

A nach Fig. 4  $1357 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek}^2}$  und wenn wir für  $2\omega \frac{dS}{dt}$  den Wert  $1540 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek}^2}$  annehmen, so wird

$$0 = 1357 - 1540 - R$$

Daraus berechnet sich  $R = -183 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek}^2}$ . Der Sinn der von der Reibung hervorgerufenen Cirkulationsbeschleunigung geht immer daraus hervor, dass die Reibung dem grösseren der beiden übrigen Glieder entgegenwirkt. Im obigen Beispiel wirkt folglich die Reibung gegen den Einfluss der Erddrehung, während sie die Wirkung der Solenoide unterstützt. Dies geht sehr deutlich hervor, wenn man  $R = -183$  in die letzte Gleichung einsetzt. Dabei ergibt sich

$$p = 1357 - 1540 + 183$$

Hier haben die Werte der Solenoide und des Einflusses der Reibung dasselbe Vorzeichen, während die Werte des Einflusses der Erddrehung und der Reibung entgegengesetzte Vorzeichen haben.

#### 4. Berechnung der totalen Cirkulationsbeschleunigung $\frac{dC_r}{dt}$ .

Wir nehmen an, dass man durch Berechnung der Grösse R in vielen stationären Fällen so viel Kenntniss darüber gewonnen hätte, dass man den Betrag derselben für gegebene geschlossene Kurven im Meer angeben könnte. Es sei z. B. für die oben als Beispiel gewählte geschlossene Kurve der Wert  $R = -183$  numerisch allzu klein, der wahre Wert möchte etwa  $R = -400$  betragen. Dann ist die Cirkulation dieser Kurve nicht konstant, wie sie für  $R = -183$  sein würde, sondern sie verändert sich mit der Zeit. Der Betrag der Cirkulationsveränderung ergibt sich, wenn man  $A = 1357$ ,  $2\omega \frac{dS}{dt} = 1540$  und  $R = -400$  in die Formel (15) einsetzt. Daraus findet man

$$\frac{dC_r}{dt} = 1357 - 1540 + 400 = 217$$

Hieraus ergibt sich, dass die Cirkulation der Kurve in dem von den Solenoiden verlangten Sinne beschleunigt wird. Die Wasserbewegung wird also an der Meeresoberfläche gegen Island und in der Tiefe gegen die norwegische Küste beschleunigt. Die durchschnittliche Beschleunigung der einzelnen Partikeln der Kurve findet man, wenn man die Cir-

kulationsbeschleunigung 217 durch die Länge der Kurve 18040000 cm. dividirt. Dabei ergibt sich

$$\dot{u}_{tm} = - 0.000012 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}^2}$$

Diese Beschleunigung liefert in 24 Stunden eine Geschwindigkeitszunahme, welche  $1.04 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$  beträgt.

Wir haben jetzt gezeigt, wie man die Cirkulationsbeschleunigung einer aus zwei vertikalen und zwei horizontalen Linien zusammengesetzten geschlossenen Kurve berechnet. Um diese Berechnung auszuführen, müssten die Dichte, die Geschwindigkeit und die Reibung des Meerwassers bekannt sein. Wenn man diese Grössen kennt, so kann man also daraus die für die nächste Zeit gegebene Cirkulation des Meerwassers berechnen. Die Cirkulationsformel (15) ist somit in erster Linie prognostischer Natur, und wird wahrscheinlich in der Zukunft für Prognosen ihre wichtigsten Anwendungen finden.

---

### 3. Qualitative Ableitung der Meeresbewegungen im nordatlantischen Ocean.

Dass die Formel (15) auch zu anderen Zwecken benützt werden kann, geht aus der oben angeführten Berechnung der Reibung unter stationären Verhältnissen hervor. Hier soll schliesslich noch eine andere Anwendung dieses Satzes gegeben werden, indem wir die grossen Cirkulationen im atlantischen Ocean nördlich vom Aequator, aus der Verteilung des spezifischen Volumen in Fig. 2 ableiten werden. Wir sehen zunächst von der Erddrehung ab und benützen die Regel über den Sinn der von den Solenoiden hervorgerufenen Cirkulation für die Solenoide in Fig. 2. Dadurch ergibt sich die durch die Pfeile in Fig. 5 angedeutete Cirkulation. Diese Cirkulation wächst, weil die Solenoide beschleunigend wirken. Je grösser die Cirkulation wird, je grösser wird aber auch der retardierende Einfluss der Reibung und schliesslich werden die Solenoide und die Reibung einander im Gleichgewicht halten, wonach die Cirkulation konstant bleibt. Der Endzustand wird somit eine stationäre Cirkulation wie die in Fig. 5 eingezeichnete.

Aus Fig. 5 ist ersichtlich, dass das Oberflächenwasser in der Nähe des Aequators nordwärts geführt wird. Wenn wir nun eine geschlossene Kurve an der Meeresoberfläche betrachten, welche aus horizontalen Linien längs der afrikanischen und amerikanischen Küste und horizontalen Linien zwischen Afrika und Amerika längs dem Aequator und längs dem Parallelkreise in  $30^{\circ}$  N. Br. zusammengesetzt ist, so dehnt sich die Projektion auf der Aequatorebene dieser Kurve aus, indem die Horizontale in  $30^{\circ}$  N. Br. nordwärts geführt wird. Die Cirkulation der hier betrachteten Kurve wird somit von der Erddrehung beeinflusst. Wird die Regel über den Sinn dieses Einflusses auf diesen Fall ange-

wendet, so ergibt sich, dass das Wasser am Aequator westwärts und in  $30^{\circ}$  Breite ostwärts geführt wird. An der amerikanischen Küste wird es nordwärts und an der afrikanischen Küste südwärts getrieben. Diese Cirkulation ist durch Strombeobachtungen bestätigt.

Nach Fig. 5 wird das Oberflächenwasser von den Solenoiden in niedrigeren Breiten nordwärts und in höheren Breiten südwärts getrieben. Wenn wir die Veränderung der Projektion solcher geschlossener Kurven

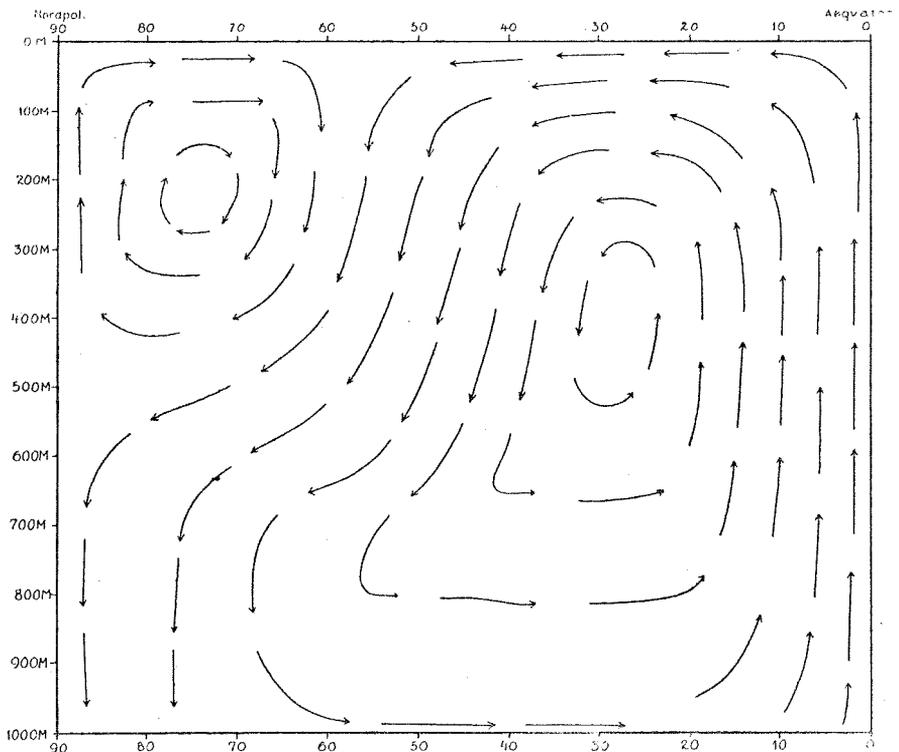


Fig. 5.

auf die Aequatorebene betrachten, welche aus zwei Vertikalen und zwei Horizontalen in diesen Strömen zusammengesetzt sind, so finden wir, dass der nordwärts gerichtete Oberflächenstrom von der Erddrehung an die europäische Küste, und der südwärts gerichtete an die grönländische und amerikanische Küste getrieben wird. Damit ist der Golfstrom und der ostgrönländische Eisstrom qualitativ erklärt. Wie man aus Fig. 2 und 5 sieht, wird die grösste Anzahl der Solenoide zum Treiben des Golf-

stromes verwendet. Daraus erklärt sich die Mächtigkeit und Stärke dieses Stromes.

In der Tiefe wird das Wasser, wie man aus Fig. 5 sieht, von den Solenoiden südwärts getrieben. Dieser Strom wird durch die Erddrehung nach der amerikanischen Küste abgelenkt.

Diese Auseinandersetzungen zeigen, wie die Meeresströmungen aus der Dichteverteilung qualitativ abgeleitet werden können. Um die Stromgeschwindigkeit zu berechnen, muss man ausser der Dichte noch die Reibung kennen.